РОЗДІЛ 9.
ПОБУДОВА СППР НА ОСНОВІ МЕТОДІВ ЕКСПЕРТНОГО ОЦІНЮВАННЯ

9.1. Методи експертних оцінок для розв'язання задач прийняття рішень

Прийняття рішень, як вже досліджено, представляє собою вибір найбільш преференційного варіанту рішення із множини допустимих альтернатив або упорядкування множини рішень. Задача вибору варіантів, та як більш складна і охоплююча задача – задача розподілу ресурсів, постають споконвічними проблемами, з якими стикається людство у всіх сферах свого буття. Ресурсами можуть виступати технічні засоби, людські резерви, ділянки частотного, часового та просторового діапазонів, кількість каналів зв'язку, інформаційні сигнали, фінансові активи і кошти, нематеріальні активи, енергоносії тощо.

Змістовне формулювання задачі. Існує деякий фіксований граничний обсяг ресурсів, призначений для розподілу. Є множина проектів, які розглядаються як кандидати на використання цих ресурсів. Загальний обсяг необхідних ресурсів для всіх проектів може перевищувати наявний граничний обсяг. **Необхідно** вибрати із множини усіх проектів-кандидатів деякій набір проектів, задоволення яких ресурсами забезпечить найбільш раціональне використання наявного обсягу ресурсів.

Проблема розподілу ресурсів по суті представляє собою вибір у певному сенсі «кращих» з наявних варіантів кандидатур на одержання ресурсів, що звичайно здійснюється за деяким *критерієм оптимальності* чи набором таких критеріїв за допомогою певної процедури пошуку екстремуму. Проблема розподілу ресурсів, крім власне вибору варіантів, передбачає розв'язання оптимізаційних задач щодо розподілу ресурсів при задоволенні тих чи інших обмежень задачі. Розв'язання проблеми вибору варіантів, а саме багатокритеріального вибору варіантів, є головним і необхідним стрижнем розв'язання загальної проблеми розподілу ресурсів. Проблема вибору варіантів фактично постає частиною проблеми розподілу ресурсів, проте у певних постановках може виступати окремою задачею вибору варіантів з множини допустимих альтернатив.

Таким чином, виявляється доцільним спільне дослідження проблеми розподілу ресурсів і проблеми вибору варіантів в спільній постановці проблеми розподілу ресурсів і вибору варіантів.

В сучасній теорії прийняття рішень можна виділити такі аспекти: теоретичний (доведення теорем існування, збіжності, тощо), прикладний (побудова моделей для розв'язання конкретних практичних задач) і обчислювальний.

Проблема розподілу ресурсів під призмою теорії прийняття рішень може бути розглянута насамперед у прикладному і обчислювальному аспектах. Застосування ТПР передбачає дослідження проблеми шляхом аналізу окремих її елементів, детального ізольованого вивчення цих елементів і тільки після цього здійснюють аналіз найпростіших взаємодій між ними.

Проте теоретичні і прикладні проблеми розподілу ресурсів потребують складніших і глибоких сучасних методів та підходів, які не вкладаються в рамки однієї дисципліни; вони є міждисциплінарними і виникають на стику різних наук – ґрунтуються на системному аналізі.

Системний аналіз проявляється у всесторонньому науковому підході до прийняття рішень – системному підході, за яким вся проблема вивчається в цілому, визначаються цілі і шляхи їх реалізації із урахуванням можливих наслідків.

ТПР і системний аналіз ґрунтуються на застосуванні системного підходу, однак, якщо в ТПР і дослідженні операцій системний підхід спрямовується головним чином на аналіз зв'язків усередині системи, що призначена для вирішення певної окремої задачі, то у системному аналізі він застосовується ще й для виявлення зовнішніх зв'язків даної системи з суміжними системами, які впливають на рішення задачі [22].

Так, проблема розподілу ресурсів і вибору варіантів, задавання цілей і вибір стратегії завжди взаємопов'язані. Ресурси представляють собою свого роду «фільтр», через який необхідно пропускати рішення. За умов неможливості раціонального розподілу наявних ресурсів, виникає необхідність перегляду цілей і стратегії до тих пір, поки не буде досягнута забезпеченість ресурсами та їх раціональний розподіл [3].

Необхідно зазначити, що при моделюванні та формальному описі систем різної природи, у функціонуванні яких приймає участь людина, наприклад економічних системах, стикаються з проблемою домінування якісних, погано визначених факторів, які виявляються у нечітких, неточних, розпливчастих властивостях процесів та явищ [3, 22].

В результаті аналізу задачі розподілу ресурсів встановлено, що для задач такого класу, особливо для задач розподілу інвестиційних ресурсів, властиві умови невизначеності, що зумовлені наявністю як внутрішніх так і зовнішніх чинників, зокрема: невизначеність цілей, структурна, ситуаційна, інформаційна, статистична і комбінаторна невизначеності, що утворюють системну невизначеність. В ТПР об'єктивну дійсність, що спричиняє невизначеність, у тому випадку коли вона постає незацікавленою інстанцією, поведінка якої невідома і яка не містить елементу свідомої протидії цілям задачі, називають «природою». Природа виступає у ролі керуючого рухом випадкових подій.

До розв'язання проблеми розподілу ресурсів можна підходити через розв'язання наступних задач, кожна з яких виступає окремою задачею прийняття рішень, дослідження операцій та системного аналізу: визначення цілей, критеріїв оптимальності, критеріїв і методів добору «кандидатів» на отримання ресурсів; формування множини допустимих альтернатив; порівняння та упорядкування множини альтернатив за обраними критеріями; добір кращих варіантів за критерієм оптимальності та вибір рішення.

Розв'язання задач, приналежних до класу проблем, що виникають у системах, у функціонуванні яких приймає участь людина, – класу проблем розподілу ресурсів і вибору варіантів, може бути класифіковане як погано структуроване, динамічне, рішення в умовах невизначеності, багатоосібне та, в залежності від певної ситуації, стратегічне чи тактичне.

Існуючі детерміновані підходи з використанням точних характеристик об'єктів, явищ та процесів, точних методів моделювання та прийняття рішень і процедур оптимізації не враховують зазначені фактори, тому не можуть бути успішно використані при моделюванні реальних процесів. Безперечно, для розв'язання задач зазначеного класу і прийняття рішень *слід спиратись на досвід, знання та інтуїцію фахівців-експертів* [22]. Методологія розв'язання задач за участю людини має базуватись не лише на формальних методах, а значною мірою на евристичних міркуваннях, а також на інтуїції. По-перше, це виявляється у необхідності враховувати різноманітні якісні фактори, значення яких крім як експертним чином оцінити неможливо (наприклад, соціальна значимість інвестиційних проектів). По-друге, використання відомих кількісних значень оцінок за деякими характеристиками проектів є недостатнім для такого класу задач, і потребує їх доповнення експертними оцінками. Наприклад, строк окупності 2 роки для одного проекту може виявитись задовільним, а для іншого дуже тривалим. ОПР змушені робити висновки на основі невеликого числа спостережень, які, як правило, не можуть бути відтвореними. Необхідно зазначити, що при підтримці прийняття рішень необхідно не лише вірно описати поведінку системи, але й передбачати вплив людського фактору [41].

Задачу вибору можна розв'язати, якщо у деякий спосіб виконати структурування множини альтернатив. Структурування полягає у класифікації, кластеризації чи ранжируванні альтернатив, які здійснюється за допомогою некритеріальних та критеріальних методів [1, 44]. Некритеріальні методи ґрунтуються на використанні здатності людського мозку створювати загальне уявлення про об'єкт. За цими методами експерти викоують попарне порівняння альтернатив «в цілому», тобто порівнюють цілісні образи об'єкту [41]. Критеріальне структурування полягає у співставленні альтернатив за деяким набором кількісних та якісних критеріїв. Розв'язання реальних задач із застосуванням некритеріальних методів є практично неприйнятним, оскільки у такому випадку отримують грубі та часто недостатньо обґрунтовані рішення [34, 44, 65].

Людський вимір в СППР, наприклад при розподілі ресурсів і виборі варіантів, мають відігравати значну роль [1], внаслідок чого використання експертних оцінок у СППР має знайти достатньо широке застосування.

Більше того, як уже встановлено, розв'язок задачі здійснюється в умовах неповної, неточної і невизначеної інформації, що насамперед зумовлено постановкою задачі та її середовищем. Серед класу задач розподілу ресурсів найбільш складною постає задача розподілу інвестиційних ресурсів, оскільки вона в більшій мірі споріднена з величезною відповідальністю ОПР за прийняте рішення. Все це спричиняє необхідність застосування лише прозорих методів підтримки рішень у СППР, необхідність надання можливості ОПР безпосередньо впливати на рух процесу прийняття рішення і бути безпосередньо задіяними в процесі підготовки і прийняття рішення, більш того, рішення задачі має враховувати особисті уподобання і переваги ОПР.

Отже, застосування підходів на основі експертних оцінок виявляється не лише бажаним інструментом для одержання якісної інформації в певних класах задач, але і необхідністю для розробки практично прийнятної системної методології для реальних задач прийняття рішень в умовах невизначеностей, особливо, у стратегічних і надзвичайно важливих галузях.

Метод експертних оцінок відомий у зарубіжній науковій літературі як метод Дельфі [3, 22] (на честь древньогрецького оракула Delphos). Суть методу полягає у отриманні висновку групи експертів про поведінку однієї чи декількох пов'язаних характеристик досліджуваної системи.

Практичне застосування методу експертних оцінок складається з таких етапів [16, 22]:

1. Добір групи експертів-фахівців з предметної області проблеми, що розв'язується.

2. Формулювання цілей, які мають бути досягнуті в результаті вирішення проблеми.
3. Розробка спеціальної «форми опитування», що може включати набір об'єктів, що оцінюються, набір критеріїв оцінювання, шкали оцінок тощо.
4. Опитування експертів – експертне оцінювання об'єктів з проблеми, що розв'язується.
5. Статистична обробка даних оцінювання для синтезу попередніх результатів.
6. Аналіз отриманих результатів кожного експерта. Врахування експертами оцінок і висновків всієї групи.
7. У випадку корегування своїх оцінок деякими експертами у п. 6, виконання повторної обробки даних оцінювання за п. 5.
8. Повторне виконання пп. 5–7 до припинення корегування експертами своїх результатів.
9. Отримання *консенсусного* результату. У випадку неможливості отримання такого результату, наприклад, відсутній стабільний результат при багаторазовому виконанні пп. 5–7 – повернення до п. 1, зміна складу групи експертів і повторне виконання пп. 1–9.
10. Аналіз консенсусного результату опитування експертів для його імплементації у розв'язанні проблеми.

Застосування експертних оцінок за сучасними технологіями сполучене із використанням механізмів опису і оперування якісними неточними нечіткими поняттями.

Задача розподілу ресурсів і вибору варіантів, що розв'язується із залученням експертів формулюється таким чином.

Постановка задачі. Є множина запропонованих проектів $\mathrm{P}=\{P_i\}$, $i=\overline{1,n}$, відомі необхідні обсяги ресурсів b_i для кожного проекту P_i, задано загальне ресурсне обмеження B, що є меншим за загальний обсяг необхідних ресурсів: $\sum_{i=1}^{n} b_i \geq \mathrm{B}$. *Необхідно* у найкращий спосіб розподілити ресурси між проектами P при задоволенні обмеженню B.

Методологія розв'язання задачі розподілу ресурсів між альтернативними проектами в умовах системної невизначеності, ґрунтується на застосуванні методів експертних оцінок. Суть її полягає у одержанні кількісних і якісних експертних оцінок проекту від групи ОПР (експертів), агрегуванні їх у єдину оцінку проекту (ступінь привабливості проекту) з аналізом погодженості експертних оцінок, та у подальшому виборі проектів відповідно до їх привабливості і розподілу ресурсів між ними. Розв'язання задачі складається з таких послідовних етапів (рис. 9.1).

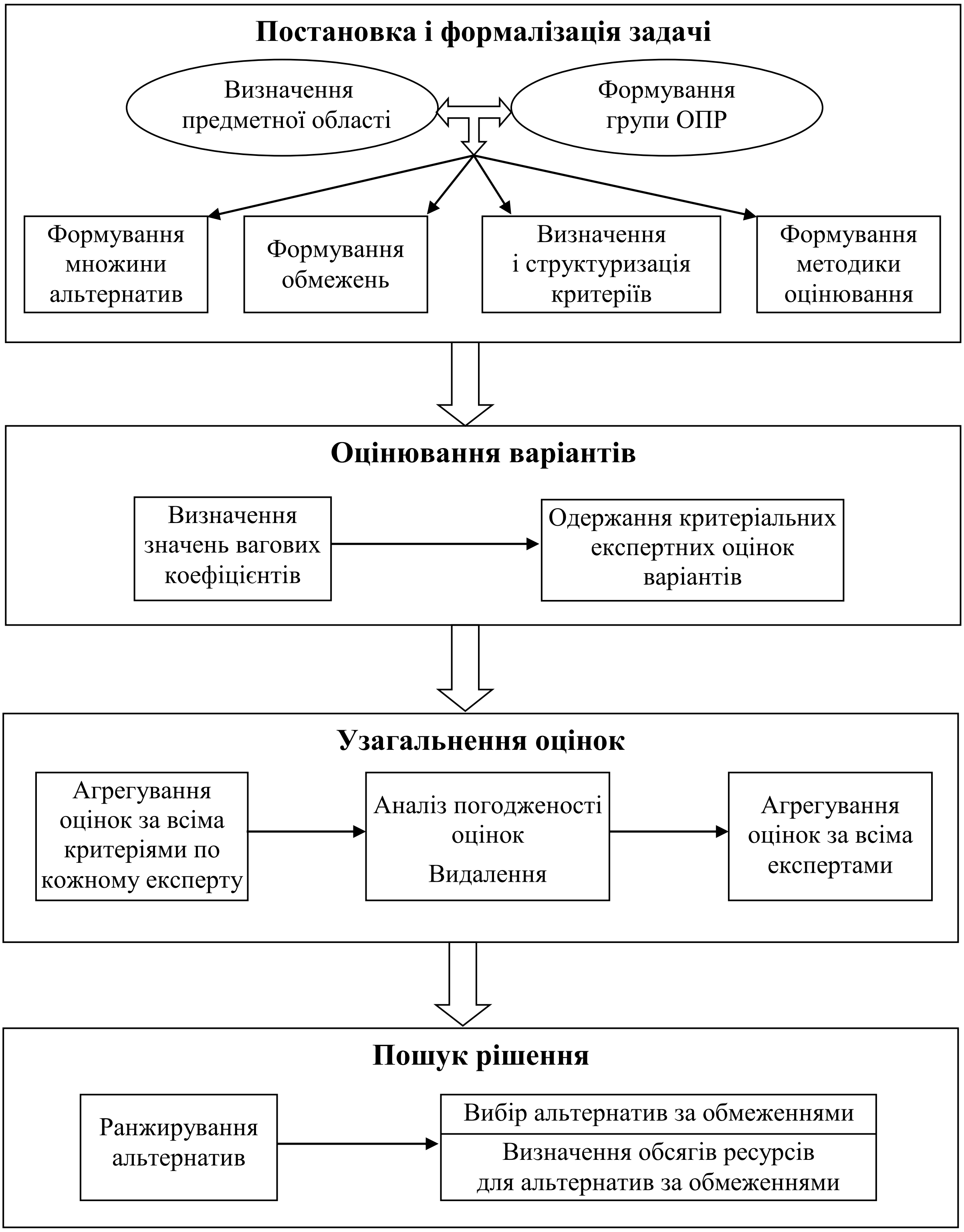


Рис. 9.1. Структура методології розв'язання задачі розподілу ресурсів і вибору варіантів

Постановка і формалізація задачі. Формується група ОПР – експертів у певній предметній області, що приймають участь в розв'язанні задачі, $\mathrm{D} = \{D_t\}$, $t = \overline{1,k}$. Постановка задачі з урахуванням створеної групи експертів трансформується в таку. **Необхідно** у найкращий, з точки зору вибраного критерію, спосіб розподілити ресурси між проектами P у відповідності до індивідуальних переваг ОПР D при задоволенні обмеження B.

Задавання параметрів. ОПР $\mathrm{D} = \{D_t\}$, $t = \overline{1,k}$ для проектів $\mathrm{P} = \{P_i\}$, $i = \overline{1,n}$ експертним шляхом визначають набір важливих критеріїв $\mathrm{C} = \{C_l\}$, $l = \overline{1,h}$, за якими буде проводитись оцінювання проектів.

Всі критерії C_l будемо вважати максимізуючими, тобто більше значення оцінки за таким критерієм є кращим з точки зору вибору проекту. Якщо деякий критерій виявиться мінімізуючим, тобто кращим з точки зору вибору проекту для інвестування є менше значення оцінки за таким критерієм, то цей критерій змінимо на зворотній.

Всі критерії структуруються в логічну ієрархічну структуру, що складається з послідовно та паралельно з'єднаних блоків, кожен з яких має на вході 5-7 докладних (конкретизуючих) критеріїв, а на виході один критерій, який узагальнює вхідні критерії даного блоку (рис. 9.2).

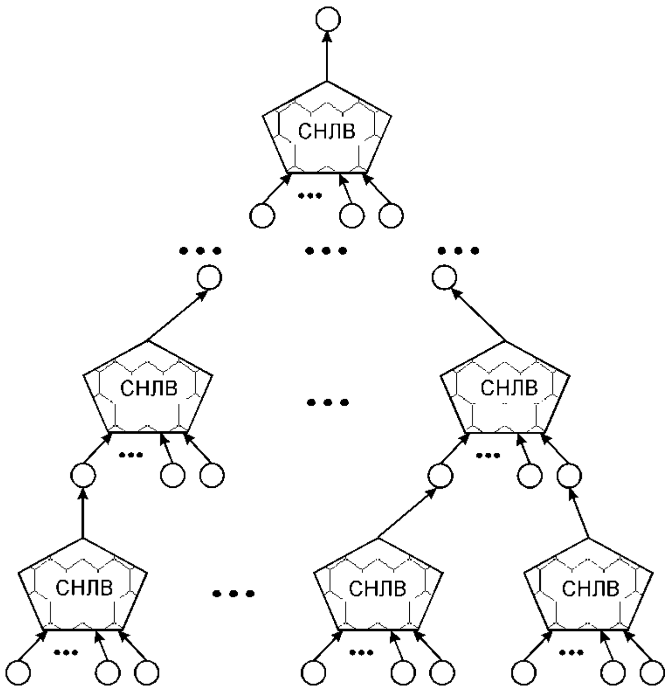


Рис. 9.2. Ієрархічна структура критеріїв оцінювання проектів

Наприклад, в задачі розподілу інвестиційних ресурсів між комерційними проектами СНЛВ початкового нижчого рівня може визначати рівень керівника *BossLevel* організації–заявника проекту за входами bl_1 – *досвід роботи керівником*; bl_2 – *освіта*; bl_3 – *надійність*; bl_4 – *комунікабельність*; bl_5 – *успішність*. Вихід *BossLevel* цієї СНЛВ буде входом для СНЛВ наступного рівня, яка у свою чергу може визначати рівень *FirmLevel* організації–заявника проекту за такими входами: $fl_1 = BossLevel$ – *рівень керівника організації*; fl_2 – *активи організації*; fl_3 – *пасиви організації*; fl_4 – *дебіторська заборгованість організації*; fl_5 – *кредиторська заборгованість організації*; fl_6 – *балансовий прибуток організації*. Вихід СНЛВ *FirmLevel* буде входом СНЛВ наступного рівня, і так далі до СНЛВ найвищого останнього рівня, виходом якої буде ступінь привабливості проекту P_i, $i = \overline{1, n}$, що аналізується.

Вся ієрархічна структура критеріїв, таким чином, збігається на верхньому рівні ієрархії в єдиний критерій: *привабливість проекту* для його вибору і надання йому ресурсів. Для розподілу ресурсів потрібні значення оцінок за докладними критеріями, саме вони і складають сформований ОПР набір критеріїв оцінювання $\mathrm{C} = \{C_l\}$, $l = \overline{1, h}$.

Оцінювання варіантів. В задачі розподілу ресурсів необхідно враховувати, що визначені критерії C_l, $l = \overline{1, h}$, за якими ОПР будуть оцінювати проекти, можуть відрізнятися своєю важливістю, та в результаті мати різну вагу впливу на рішення задачі. Більше того, кожна ОПР може мати свій погляд на ранжирування та розподіл ваг критеріїв, тому логічно щоб кожна ОПР D_t надавала свої індивідуальні вагові коефіцієнти W_{lt} для кожного критерію C_l, де $l = \overline{1, h}$, $t = \overline{1, k}$.

Окрім цього, доцільним постає врахування значимості, досвіду, рівню підготовки, посади, тощо кожної ОПР. Для цього, групою ОПР $\mathrm{D} = \{D_t\}$ колегіально, чи її керівником – особою, що є відповідальною за прийняте рішення, задаються вагові коефіцієнти V_t для ОПР D_t, $t = \overline{1, k}$ [27]. Визначення значень вагових коефіцієнтів критеріїв W_{lt} та ОПР V_t зручно проводити за допомогою геометричного прийому (наведений далі). Тут вагові коефіцієнти є чіткими, оскільки немає необхідності у їх фазифікації для використання у подальших етапах методу. Зведені до нечіткого вигляду в даному випадку вагові коефіцієнти будуть умовними нечіткими множинами, тобто такими, які визначаються чітким значенням – центром абсолютного чи відносного інтервалу, та стандартною функцією належності. Це призвело б лише до ускладнення практичної реалізації методу при відсутності поліпшення якості рішення.

Для подальшого використання вагові коефіцієнти необхідно піддати процедурі нормування:

$$W_{lt}^{norm} = W_{lt} \Big/ \left(\sum_{l=1}^{h} W_{lt} \right), \; l = \overline{1,h}, \; t = \overline{1,k}; \qquad (9.1)$$

$$V_t^{norm} = V_t \Big/ \left(\sum_{t=1}^{k} V_t \right), \; t = \overline{1,k}. \qquad (9.2)$$

Множина критеріїв $C = \{C_l\}$ умовно поділяється на дві підмножини. За однією підмножиною критеріїв $C_1 = \{C_{l_1}\}$ кожному проекту P_i надаються суб'єктивні окремі експертні оцінки S_{ilt} кожною ОПР D_t. За іншою підмножиною критеріїв $C_2 = \{C_{l_2}\}$ оцінки проектів визначаються як розраховані числові характеристики проектів, що надаються разом з проектами (наприклад, для комерційних інвестиційних проектів: рентабельність, строк окупності, тощо).

Для зручності реалізації подальших етапів і процедур оцінки кожного проекту за другою підмножиною критеріїв C_2, тобто вхідні числові характеристики проектів, будемо розглядати спільно з експертними і такими, що є однаковими для всіх ОПР.

Отже, після виконання етапу оцінювання варіантів є визначеними нормовані вагові коефіцієнти критеріїв W_{lt}^{norm} та ОПР V_t^{norm}, кожний проект P_i, $i = \overline{1,n}$ характеризується своїм набором оцінок S_{ilt}, $l = \overline{1,h}$, $t = \overline{1,k}$ за кожним критерієм C_l від кожної ОПР D_t.

Узагальнення оцінок. На даному етапі задача, що розглядається, постає задачею багатокритеріального оптимального вибору проектів, для розв'язання якої скористуємось підходом зведення її до задачі однокритеріального вибору [22, 27], тобто вибір проектів буде відбуватись за узагальненою агрегованою оцінкою кожного проекту P_i – ступенем привабливості проекту A_i, $i = \overline{1,n}$.

Необхідно зазначити, що деякі існуючі підходи [16, 22] до зваженого агрегування оцінок проектів в задачі багатокритеріального вибору мають суттєвий недолік. За такими підходами спочатку агрегують оцінки S_{ilt} деякого проекту P_i за кожним критерієм C_l, $l=\overline{1,h}$, що надані всіма ОПР D_t, $t=\overline{1,k}$, а потім, використовуючи вагові коефіцієнти критеріїв, отримують остаточні узагальнені оцінки для кожного проекту (рис. 9.3а).

Однак, за такої послідовності, по-перше, ускладнюється врахування значень вагових коефіцієнтів одного критерію, що надані різними експертами, та вагових коефіцієнтів самих експертів; по-друге не враховується логічний когнітивний зв'язок значення оцінки експерта з його суб'єктивним міркуванням щодо ваги такої оцінки за даним критерієм та значеннями оцінок за іншими критеріями; по-третє відсутня методична відповідність підходу аналізу погодженості думок експертів і видалення оцінок некомпетентних експертів.

Для усунення зазначених недоліків і методичних перешкод у зведенні задачі до однокритеріальної, пропонується такий метод знаходження узагальненої оцінки привабливості A_i проекту P_i, $i=\overline{1,n}$ (рис. 9.3б) [27]:

1. Знаходження зважених агрегованих оцінок A_{it}^D кожного проекту P_i від кожної ОПР D_t, де $i=\overline{1,n}$, $t=\overline{1,k}$, відбувається на основі оцінок S_{ilt} ОПР D_t проекту P_i за кожним критерієм C_l та вагових коефіцієнтів W_{lt} критеріїв, де $l=\overline{1,h}$.
2. Знаходження остаточної узагальненої оцінки A_i кожного проекту P_i, де $i=\overline{1,n}$. Розраховується на основі агрегованих оцінок A_{it}^D кожного проекту P_i та вагових коефіцієнтів V_t ОПР, де $i=\overline{1,n}$, $t=\overline{1,k}$.

За умов застосування нелінійних підходів до агрегування оцінок послідовність агрегування суттєво впливає на значення узагальненої оцінки і результат розв'язку задачі.

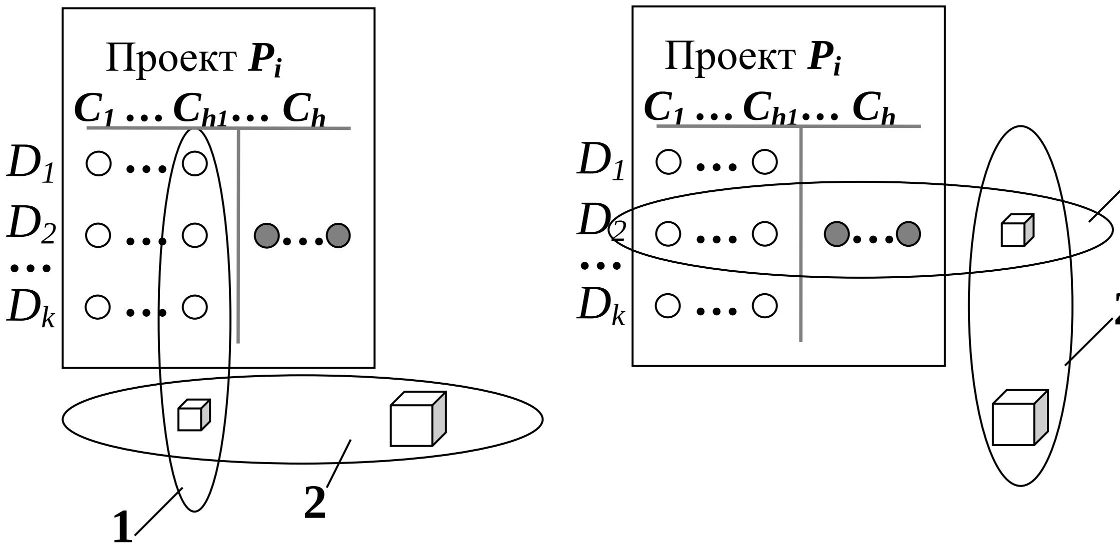
На жаль, традиційні методи агрегування експертних оцінок та вхідних параметрів проектів не прийнятні в реальних задачах розподілу ресурсів, тому для знаходження узагальнених агрегованих оцінок проектів пропонується застосовувати систему нечіткого логічного висновку.

Етап зведення задачі складається з таких трьох операцій:

– операції узагальнення оцінок проектів від кожної ОПР за критеріями системою НЛВ;
– операції аналізу погодженості оцінок ОПР;
– операції агрегування оцінок проектів за ОПР.

Отже, відповідно до ієрархічної структури критеріїв відбувається послідовне багаторівневе узагальнення значення оцінок кожного проекту P_i за всіма критеріями $C = \{C_l\}$ для кожної ОПР D_t з урахування ваг W_{lt}^{norm} критеріїв, в результаті чого для кожного проекту P_i знаходяться $t = \overline{1, k}$ зважених агрегованих оцінок A_{it}^{D}.

З цією метою для кожного структурного блоку ієрархії критеріїв будується відповідна локальна система нечіткого логічного висновку, яка має 5-7 входів і один вихід. СНЛВ нижнього, останнього рівня має своїм виходом: *ступінь привабливості проекту* на думку ОПР D_t. Необхідно зазначити, що в СНЛВ для експертних оцінок застосовуються побудовані раніше індивідуальні когнітивні ФН, а для розрахованих числових значень відповідні наметоподібні ФН.



а) б)

○ – S_{il_1t} експертна оцінка проекту P_i від ОПР D_t за критерієм C_{l1}.

● – S_{il_2} числова характеристика проекту P_i за критерієм C_{l2}.

– агреговане значення оцінок.

– єдина узагальнена оцінка проекту P_i – ступень його привабливості A_i.

Рис. 9.3. Схеми послідовності подвійного агрегування оцінок проектів: а) яка використовується; б) запропонована

За допомогою методу α, β-коаліцій здійснюється аналіз погодженості зважених агрегованих оцінок A_{it}^{D}, для чого формуються коаліції ОПР зі схожими міркуваннями (оцінками) та з подальшого розгляду видаляються оцінки експертів, що входять до несуттєвих коаліцій.

Тепер всі зважені агреговані оцінки A_{it}^{D}, що пройшли процедуру аналізу погодженості, для кожного проекту P_i із урахуванням ваг експертів V_t^{norm} за допомогою методу агрегування за міжгруповим консенсусом агрегуються в єдину остаточну узагальнену оцінку A_i – ступінь привабливості проекту.

Пошук рішення. Даний етап полягає у розв'язанні однокритеріальної задачі вибору проектів P_i за узагальненими оцінками A_i, $i = \overline{1, n}$ та призводить до добору тих проектів, які максимізують ефективність виділення їм ресурсів, що розподіляються, та задовольняють ресурсному обмеженню B.

За узагальненими оцінками A_i проектів P_i, $i = \overline{1, n}$ та наявними обмеженнями формулюється однокритеріальна задача оптимізації, розв'язання якої приводить до остаточного результату – розв'язання первісної задачі розподілу ресурсів і вибору варіантів.

Зазначена однокритеріальна задача формулюється в залежності від конкретної проблеми і може бути розв'язана за тим чи іншим підходом до розв'язання класичних задач лінійного програмування дослідження операцій. Для задач великої розмірності пропонується застосовувати еволюційні алгоритми. Ефективність даного підходу підтверджена численними прикладами.

Створена методологія розподілу ресурсів і вибору варіантів розроблена на принципах системності і має таки переваги: ґрунтується на спеціально розроблених методах аналізу даних, що виявляють ефективність і результативність, «прозорість» процедур для ОПР, враховують комплекс умов системної невизначеності, передбачають безпосереднє залучення експертів до процесу розв'язання задачі і врахування їх особистих уподобань та переваг, оперують кількісними і якісними даними. Крім цього, розроблена методологія є інваріантною до параметрів і обмежень задачі, масштабною та зручною для практичного використання.

9.2. Застосування апарату нечіткої логіки та теорії нечітких множин у СППР

У випадках системної невизначеності, що пов’язана з нечіткими, неточними, розпливчастими властивостями процесів як, наприклад, за наявності інформаційної, ситуаційної і стратегічної невизначеностей, де не завжди можливо коректно застосувати існуючі детерміновані методи, користуються підходами до формального опису невизначених, неточних і ненадійних факторів, зокрема, до формального представлення якісних експертних оцінок. Дослідження виявили, що у мисленні людини використовуються не числа, а образи і слова [41, 61], тому відповіді експертів у процедурах експертного опиту, тобто експертні оцінки, є якісними, що являють собою такі об’єкти нечислової природи, як градації якісних ознак, ранжирування, розбивки, результати парних порівнянь, нечіткі переваги, тощо [41, 61]. У такому разі невизначені якісні поняття представляють у вигляді інтервальних чисел або об’єктів багатозначних логік. Найбільш поширені підходи: апарат інтервальних чисел, нечітка логіка (НЛ), що ґрунтується на теорії нечітких множин (ТНМ) та логіка антонімів. Неперервнозначні чи багатозначні логіки нечітка логіка та логіка антонімів оперують приблизними міркуваннями – вони розширені від класичної Булевої логіки до обробки понять часткової істинності між «повністю хибний» до «повністю істинний».

У задачах, в яких використовують інтервальні числа, недетерміновані коефіцієнти та невідомі постають у вигляді замкнених інтервалів можливих значень, наприклад, $\tilde{c}_i = \left[c_i^l, c_i^r\right]$ та $\tilde{x}_i = \left[x_i^l, x_i^r\right]$. Такі задачі іноді розв’язують за допомогою методу імовірнісного аналізу, де інтервальне число розглядають як випадкову величину з рівномірним розподілом; або найчастіше вирішують «безпосередньо», користуючись теорією інтервальних чисел. У такому випадку інтервальну задачу методом детермінації [33] зводять до двох аналогічних задач, які визначають нижню та верхню границі вектора невідомих. Цей метод базується на теорії порівняння інтервальних чисел [33], за якою порівняння таких чисел розглядається як порівняння їх відповідних границь – нижньої та верхньої.

Для оперування як кількісними і якісними поняттями в реальних задачах, що розв’язуються за допомогою СППР, пропонується використання апарату нечіткої логіки та теорії нечітких множин, які, у найкращий спосіб є застосовними і прийнятними для класу задач розподілу ресурсів і вибору варіантів, що розглядається.

Доцільно зазначити, що виходячи з публікацій у доступних джерелах, серед неперервнозначних логік у світі немає рівних нечіткій логіці Л. Заде, як за ступенем розробленості, так і за кількістю застосувань.

Нечітка логіка і теорія нечітких множин були запропоновані Л. Заде [70] у 1965р. Назва «нечітка логіка» припускає, що ця логіка оперує наближеними поняттями; це робить її подібною до людських міркувань. Функціонал істинності в НЛ приймає значення з відрізку $[0,1]$.

Нехай X – область визначення змінної x. Нечітка множина $\widetilde{A}$, що належить X, визначається функцією належності $\mu_{\widetilde{A}} : X \to [0, 1]$ [69, 70, 71]. Значення функції $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ представляє собою значення належності величини x множині $\widetilde{A}$. Нечітка множина $\widetilde{A}$ у загальному випадку може бути графічно проілюстрована як зображено на рис. 9.4.

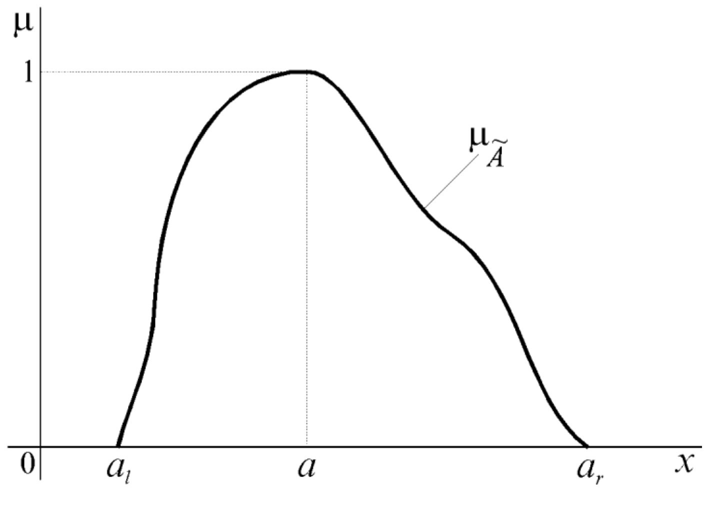


Рис. 9.4. Графічне зображення нечіткої множини $\widetilde{A}$

Носієм нечіткої множини $\widetilde{A}$ є звичайна множина з $x \in X$, для яких $\mu_{\widetilde{A}}(x) > 0$, тобто інтервал $[a_l, a_r]$ є носієм нечіткої множини $\widetilde{A}$. Нечітка множина $\widetilde{A}$ є *пустою*, якщо $\forall x \in X \;\; \mu_{\widetilde{A}}(x) = 0$. Величина $\mu_{\widetilde{A}}(a) = \sup\limits_{x \in X} \mu_{\widetilde{A}}(x)$ називається *висотою* нечіткої множини $\widetilde{A}$. Нечітка множина $\widetilde{A}$ є *нормальною*, якщо її висота дорівнює 1, тобто $\sup\limits_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$, та *субнормальною* при $\sup\limits_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) < 1$. Нечітка множина $\tilde{A}$ є унімодальною, якщо $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ лише для одного $x \in X$. Елементи $x \in X$, для яких $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0{,}5$ називаються точками переходу нечіткої множини $\tilde{A}$.

Нечіткі множини часто характеризують ФН трикутного вигляду (рис. 9.5) та дзвоноподібного вигляду (рис. 9.6). Найбільш поширене застосування набула трикутна симетрична ФН (рис. 9.5), графік якої представляє собою рівнобедрений трикутник. Такий вибір спричинений легкістю сприйняття таких ФН при дослідженні задач прийняття рішень та простотою їх практичного застосування у обчислювальних алгоритмах.

Нечітка множина $\tilde{A}$ на інтервалі $[a_l, a_r]$ з ФН трикутного вигляду може бути параметризована трійкою чисел: $\tilde{A} = (a_l, a, a_r)$, тобто

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x-a)/(a-a_l), & a_l \le x \le a, \\ (x-a_r)/(a-a_r), & a \le x \le a_r, \\ 0, & \text{\textit{інакше}}. \end{cases} \tag{9.3}$$

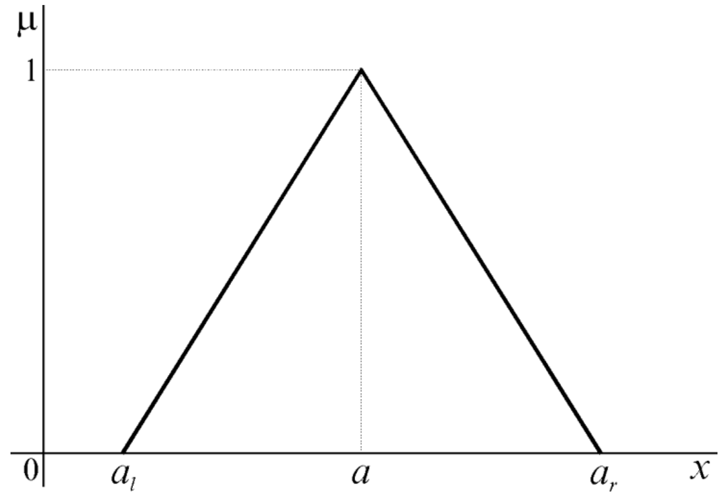


Рис. 9.5. Графік функції належності трикутного вигляду

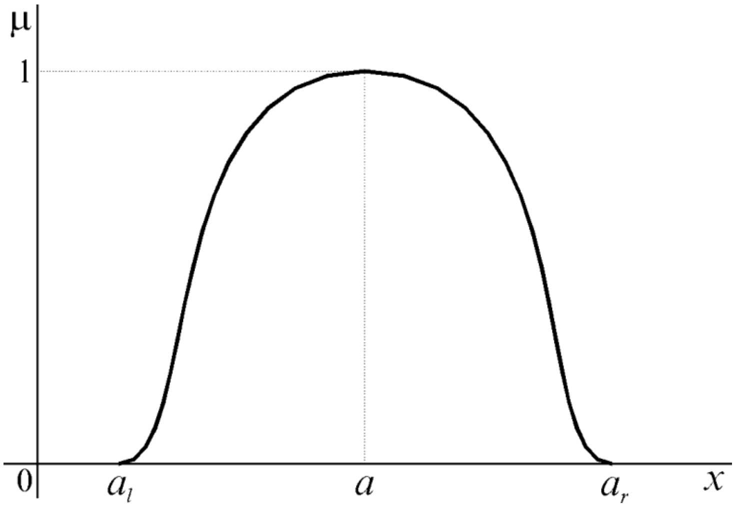


Рис. 9.6. Графік функції належності дзвоноподібного вигляду

Параметри трійки $\widetilde{A} = (a_l; a; a_r)$ мають таке призначення: параметр a визначає максимально можливий ступінь приналежності, тобто $\mu_{\widetilde{A}}(a) = 1$, параметри a_l, a_r представляють собою ліву і праву границю носія нечіткої множини. Так, для точного значення числа a можна записати, що $\widetilde{A} = (a; a; a)$.

Система нечіткого логічного висновку

Нечіткий логічний висновок визначає відображення вектора вхідних даних в скалярне вихідне значення за допомогою нечітких правил. Систему НЛВ з багатовимірним виходом розглядають як набір незалежних систем НЛВ з одновимірними виходами.

Як показано на рис. 9.7, система НЛВ складається з трьох основних компонентів: фазифікатора, механізму формування логічного висновку та дефазифікатора.

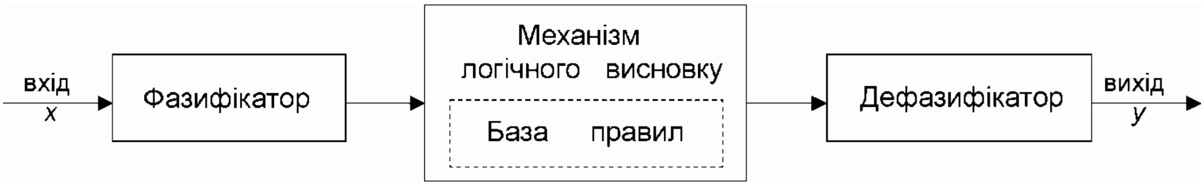


Рис. 9.7. Загальна схема системи нечіткого логічного висновку

Фазифікатор визначає ступінь належності вхідних значень x_i, $i = \overline{1, n}$ до *нечітких множин входу* – лінгвістичних змінних з відповідної лінгвістичної шкали $\mathrm{T}_{x_i} = \left\{T_{x_i}^1, T_{x_i}^2, \ldots, T_{x_i}^{m_{xi}}\right\}$, де m_{xi} – кількість лінгвістичних змінних у шкалі для i-того входу, яка, як правило, є рівною для всіх входів. Ця процедура зумовлена використанням у системі НЛВ лінгвістичних правил, вона здійснюється задля визначення ступеню істинності кожної передумови кожного правилу.

Ядром *механізму логічного висновку* є *база правил*, яка містить лінгвістичні правила. Ці правила можуть бути задані експертним шляхом, чи отримані із числових статистичних даних. Механізм логічного висновку відображає вхідні нечіткі множини $T_{x_i}^{any}$, $i = \overline{1, n}$ кожного правила у вихідну T_y^{any} з набору вихідних лінгвістичних змінних $\mathrm{T}_y = \left\{T_y^1, T_y^2, \ldots, T_y^{m_y}\right\}$. Відмінною рисою НЛВ є те, що порядок виконання правил не впливає на результат – правила виконуються паралельно. Правила в базі правил $\text{Rules} = \left\{Rule_j\right\}$, $j = \overline{1, r}$ містяться у такому форматі [56]:

$$\begin{gathered} Rule_j = \text{"якщо } x_1 \in T_{x_1}^{any} \text{ і } x_2 \in T_{x_2}^{any} \ldots \\ \ldots \text{ і } x_n \in T_{x_n}^{any}, \text{ то } y^j \in T_y^{any} \text{"} \end{gathered}. \tag{9.4}$$

Далі вихідні нечіткі множини y^j кожного правила об’єднуються в одну *нечітку множину висновку* $\tilde{y}$.

Дефазифікатор відображає нечітку множину висновку $\tilde{y}$ у чітке число $\overline{y}$, яке і є результатом системи НЛВ для заданих вхідних значень x_i, $i = \overline{1, n}$. Тобто діапазон вихідних значень дефазифікатор перетворює в одне числове значення зручне для подальшого використання.

На практиці користуються такими поширеними методами дефазифікації [56, 71]: центроїдний, методи максимуму, метод центру максимумів, висотна дефазифікація.

Центроїдний метод (рис. 9.8) полягає у знаходженні центру ваги (центроїду), який і обирається за результат $\overline{y}$. Для безперервно та дискретно заданих нечітких множин, відповідно:

$$\bar{y} = \frac{\int_a^b y\mu(y)dy}{\int_a^b \mu(y)dy}, \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i\mu(y_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu(y_i)}. \tag{9.5}$$

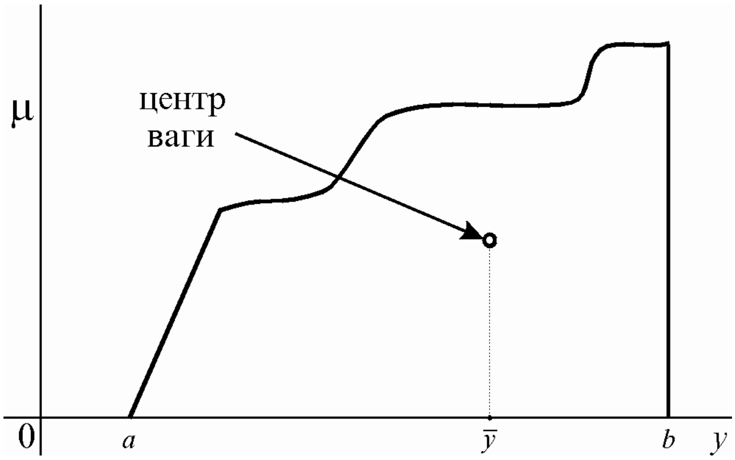


Рис. 9.8. Дефазифікація центроїдним методом

Методи максимуму, які графічно показані на рис. 9.9, полягають у виборі чіткого результату $\bar{y}$ серед тих значень, для яких ступінь належності $\mu(y)$ є найбільшою. Серед методів максимуму найпоширеніші: метод першого максимуму та метод середнього максимуму.

У *методі першого максимуму* чітке значення $\bar{y}$ знаходять як найменше значення, при якому досягається найбільше значення ступеню належності $\mu(y)$:

$$\bar{y} = \min\left(y \mid \max_{[a,b]} \mu(y)\right),$$

$$\text{тобто} \quad \bar{y} = \min_{[a_1,b_1]}(y) = a_1. \tag{9.6}$$

У *методі середнього максимуму* чітке значення $\bar{y}$ знаходять, відповідно, як середнє значення з тих, при яких досягається найбільше значення ступеня належності $\mu(y)$. (Середній максимум на рис. 9.9 позначено через $\bar{y}_a$.) Для безперервно та дискретно заданих нечітких множин відповідно маємо:

$$\bar{y} = \frac{\int_{a_1}^{b_1} y\,dy}{\int_{a_1}^{b_1} dy}, \qquad \bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i, \quad y_i \in [a_1, b_1]. \tag{9.7}$$

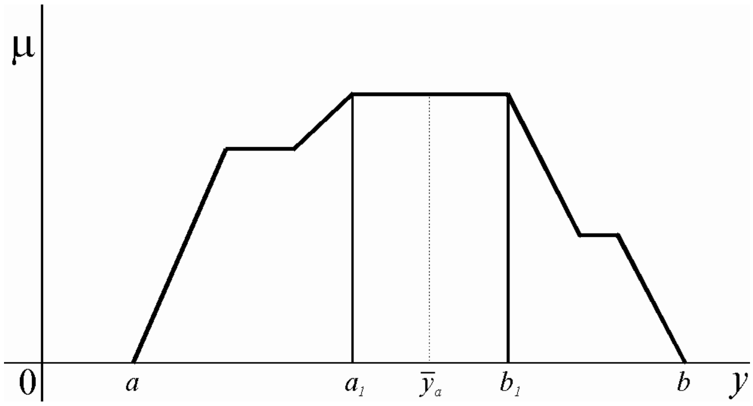


Рис. 9.9. Дефазифікація методами максимумів

Вихід методів максимумів дуже чутливий до домінуючого правила у базі правил.

У *методі центра максимумів* виходом $\bar{y}$ – це середня точка між центрами областей значень y, при яких функція належності $\mu(y)$ утворює найвищі «плато». Застосування даного методу зображено на рис. 9.10.

Метод *висотної дефазифікації* [56] полягає у знаходженні центроїду нечіткої множини α-рівня $\tilde{y}_\alpha$, тобто з нечіткої множини виходу $\tilde{y}$ до уваги приймаються лише ті значення, для яких $\mu(y) \geq \alpha$, $0 \leq \alpha \leq 1$. Для безперервного та дискретного випадку нечітких множин відповідно:

$$\bar{y} = \frac{\int_{y \in \tilde{y}_\alpha} y\mu(y)dy}{\int_{y \in \tilde{y}_\alpha} \mu(y)dy}, \quad \tilde{y}_\alpha = \{y \mid \mu(y) \geq \alpha\}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1; \tag{9.8}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \mu(y_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu(y_i)}, \quad y_i \in \tilde{y}_\alpha = \{y \mid \mu(y) \geq \alpha\}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \tag{9.9}$$

При $\alpha = 0$ з методу висотної дефазифікації (9.8), (9.9) виходить центроїдний метод (9.5).

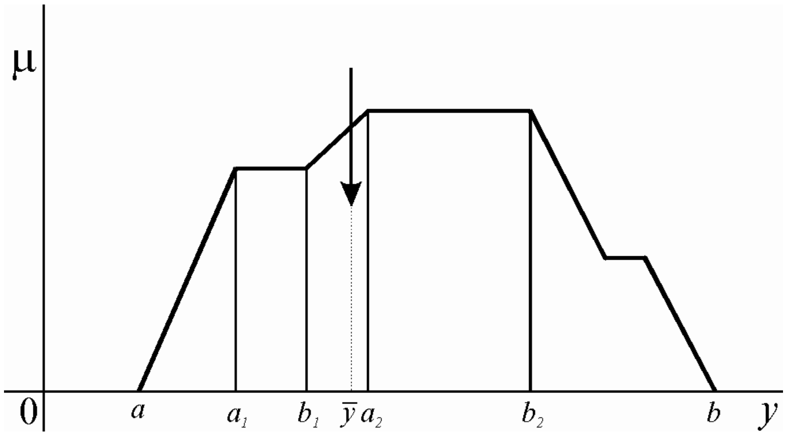


Рис. 9.10. Дефазифікація методом центра максимумів

У сучасній теорії розроблено декілька модифікацій процесу формування нечіткого логічного висновку. Розглянемо найпоширеніші з них.

Нечіткий логічний вивід *Мамдані* [60]. База правил $\text{Rules} = \{Rule_j\}$, $j = \overline{1, r}$ складається з правил у вигляді (9.4). На етапі фазифікації визначаються ступені належності вхідних значень x_i, $i = \overline{1, n}$ до нечітких множин входу, тобто визначаються ступені істинності $\mu_i^j(x_i)$ для кожної передумови i кожного правила j. Далі для кожного правила j на основі ступенів істинності передумов μ_i^j розраховується ступінь його виконання α_j. Для цього застосовують композицію на основі оператора мінімуму:

$$\alpha_j = \min\left(\mu_1^j(x_1), \mu_2^j(x_2), \ldots, \mu_n^j(x_n)\right),\ j = \overline{1, r}. \qquad (9.10)$$

Далі для кожного правила на основі ступеню виконання α_j, $j = \overline{1, r}$ виконується імплікація, тобто розраховується результат його виконання – вихідна нечітка множина із зрізаною функцією належності $\ddot{\mu}^j(y)$, визначення якої також відбувається за допомогою оператора мінімуму:

$$\tilde{\mu}^{j}(y)=\min\left(\alpha_{j},\mu^{j}(y)\right),\ j=\overline{1,r}. \qquad (9.11)$$

Наприкінці механізму логічного висновку вихідні нечіткі множини виконаних правил за допомогою оператора максимуму агрегуються в нечітку множину висновку $\tilde{y}$, функція належності якої має такий вигляд:

$$\mu_{\tilde{y}}=\max\left(\tilde{\mu}^{1}(y),\tilde{\mu}^{2}(y),\ldots,\tilde{\mu}^{r}(y)\right). \qquad (9.12)$$

На останньому етапі приведення до чіткості для знаходження остаточного результату $\overline{y}$ користуються будь-яким з наведених вище методів дефазифікації. Нечіткий логічний вивід Мамдані для системи НЛВ з двома входами та двома виконаними правилами графічно ілюструє рис. 9.11.

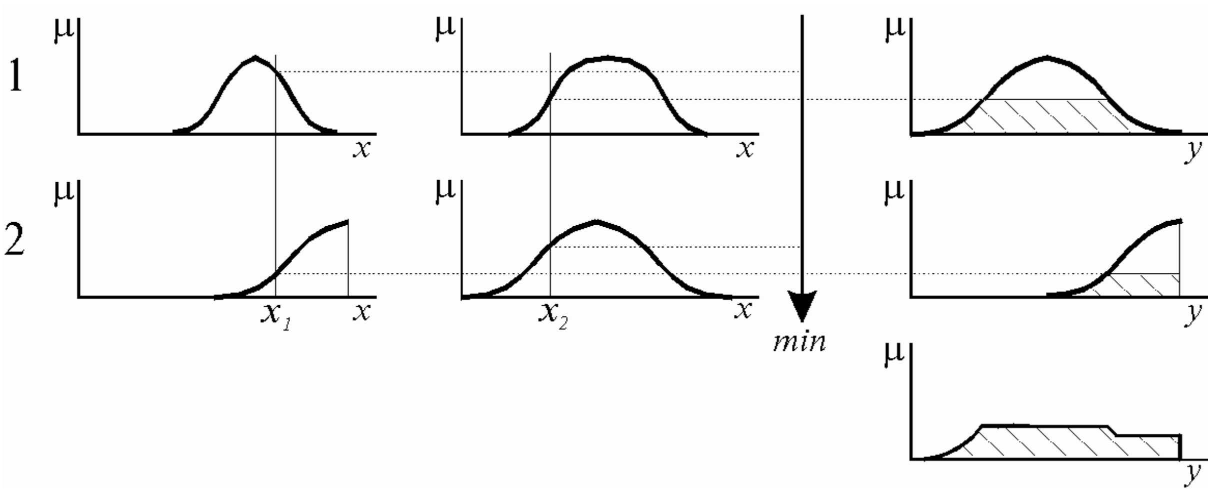


Рис. 9.11. Ілюстрація нечіткого логічного висновку Мамдані

Нечіткий логічний висновок *Ларсена* [57]. Підхід Ларсена цілком аналогічний до підходу Мамдані, але ФН $\tilde{\mu}^{j}(y)$ результату виконання кожного правила розраховується на основі оператора добутку, на відміну від використання оператора мінімуму в (9.11):

$$\tilde{\mu}^{j}(y)=\alpha_{j}\cdot\mu^{j}(y),\ j=\overline{1,r}.$$

Агрегування вихідних нечітких множин виконаних правил в нечітку множину висновку $\tilde{y}$ також відбувається за (9.12).

Графічний приклад процедури нечіткого логічного висновку Ларсена показаний на рис. 9.12.

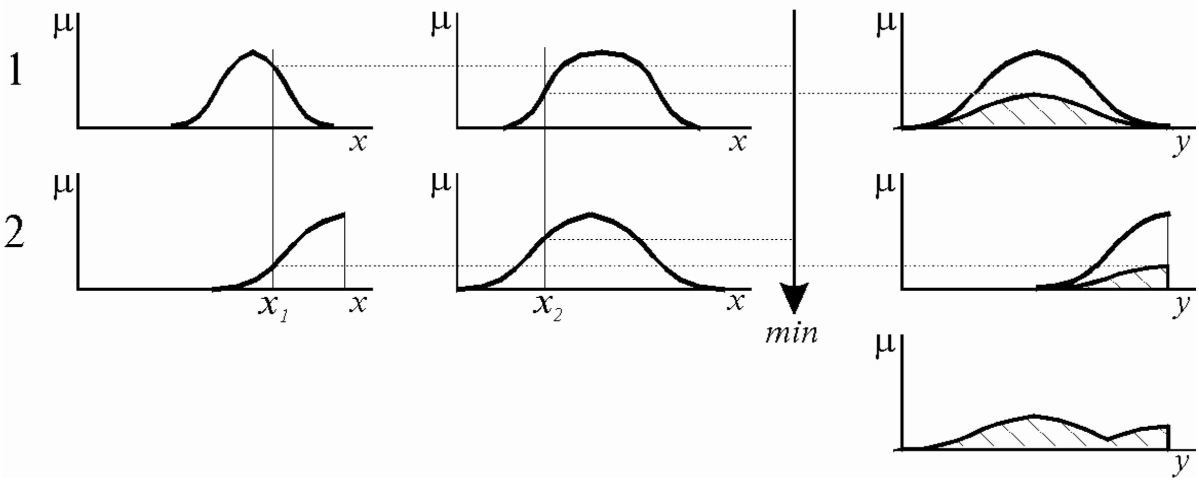


Рис. 9.12. Ілюстрація нечіткого логічного висновку Ларсена

Нечіткий логічний висновок *Цукамото* [4]. Початкові ідеї такі, як у підходах Мамдані та Ларсена, але вважається, що ФН вихідних нечітких множин T_y^{any} є монотонними. У механізмі логічного висновку, як у Мамдані, для кожного правила спочатку розраховується ступінь його виконання α_j за (9.10), а потім відразу знаходиться чітке значення $\overline{y^j}$ результату його виконання. Чітке значення $\overline{y^j}$ є тим, при якому ступінь належності $\mu^j(y)$ вихідної нечіткої множини правила дорівнює ступеню його виконання α_j, та знаходиться як розв'язання відповідного рівняння:

$$\overline{y^j} = \{y \mid \alpha_j = \mu^j(y)\},\ j = \overline{1,r}. \qquad (9.13)$$

Остаточний результат логічного висновку $\bar{y}$ розраховується як зважене середнє чітких результатів $\overline{y^j}$ виконаних правил, тобто за дискретним варіантом центроїдного методу (9.5):

$$\overline{y} = \sum_{j=1}^{r} \alpha_j \cdot \overline{y^j} \Bigg/ \sum_{j=1}^{r} \alpha_j . \qquad (9.14)$$

Процедуру нечіткого логічного висновку Цукамото ілюструє рис. 9.13.

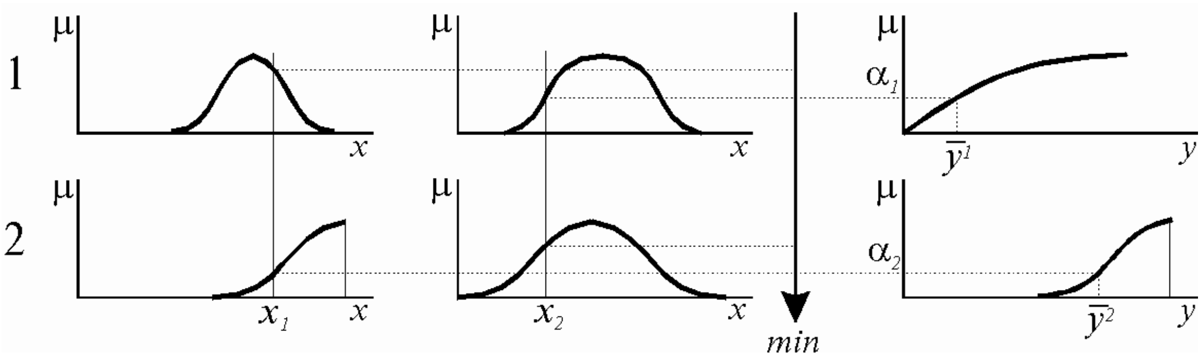


Рис. 9.13. Ілюстрація нечіткого логічного висновку Цукамото

Нечіткий логічний вивід *Сугено* [67]. База правил $\text{Rules} = \{Rule_j\}$, $j = \overline{1, r}$ складається з правил, у яких виходом є чітке значення, що визначається лінійною функцією:

$$Rule_j = \text{"якщо } x_1 \in T_{x_1}^{any} \text{ і } x_2 \in T_{x_2}^{any} \ldots$$
$$\ldots \text{ і } x_n \in T_{x_n}^{any}, \text{ то } \overline{y^j} = \sum_{i=1}^{n} a_i^j x_i + c^j \text{"}, \qquad (9.15)$$

де a_i^j $(i = \overline{1, n})$, c^j – константи.

Етап фазифікації такий, як у нечіткому висновку Мамдані. У механізмі логічного висновку для кожного правила розраховується ступінь його виконання α_j за (9.10), а потім відразу знаходиться чітке значення $\overline{y^j}$ результату його виконання, але, на відміну від Цукамото (9.13), без врахування знайдених ступенів виконання правил α_j, а за формулою, що задана в кожному правилі (9.15).

Остаточний результат логічного висновку $\overline{y}$ розраховується у той самий спосіб, що у Цукамото – як зважене середнє чітких результатів $\overline{y^j}$ виконаних правил (9.14). На рис. 9.14 проілюстровано приклад застосування процедури нечіткого логічного висновку Сугено.

Спрощений нечіткий логічний висновок [67]. Даний метод по суті є методом нечіткого логічного висновку Сугено нульового порядку, тобто використовується метод Сугено з базою правил, в якій виходом кожного правила є чітке значення, що визначається константою:

$$Rule_j = \text{"якщо } x_1 \in T_{x_1}^{any} \text{ і } x_2 \in T_{x_2}^{any} \ldots \ldots \text{ і } x_n \in T_{x_n}^{any}, \text{ то } \overline{y^j} = c^j \text{"},$$

де c^j – константа. Графічно процедура спрощеного нечіткого логічного висновку показана на рис. 9.15.

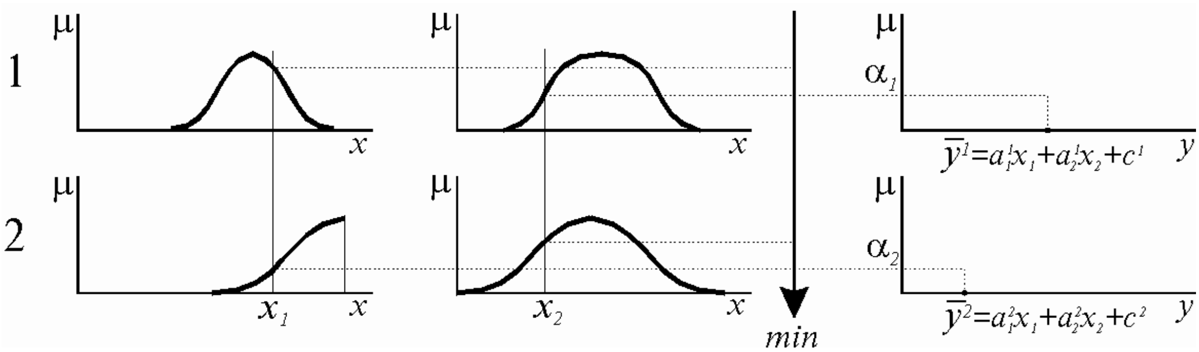


Рис. 9.14. Ілюстрація нечіткого логічного висновку Сугено

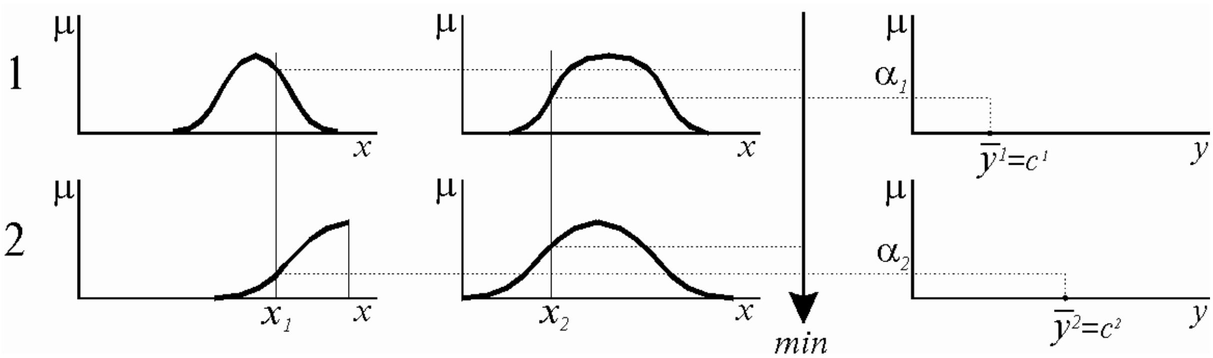


Рис. 9.15. Ілюстрація спрощеного нечіткого логічного висновку

9.3. Експертне оцінювання варіантів

Як показано вище, оцінки проектів умовно поділяються на дві підмножини – розраховані числові характеристики проектів та експертні оцінки від ОПР. Числові характеристики є супровідними до кожного проекту, проте як механізми одержання експертних оцінок потребують додаткового аналізу і розробки відповідного інструментарію.

Застосування підходу лінгвістичних змінних [21], що розроблений на теорії нечітких множин [69, 71], і також запроваджений Л. Заде надає широкі можливості для опису та оперування якісними нечіткими та невизначеними поняттями, що не можуть бути описані у рамках традиційних математичних формалізмів. Значеннями лінгвістичних змінних, що постають нечіткими множинами, є слова або фрази повсякденної або синтезованої мови. Лінгвістичні змінні в задачах прийняття рішень досить часто характеризують саме трикутними функціями належності (9.3).

Наприклад, таку характеристику деякого проекту як *«важливість»* можна оцінити значенням лінгвістичної змінної Imp з такого набору:

$$Imp = \{EN,\ N,\ M,\ \ I,\ EI\}, \tag{9.16}$$

де EN = *«зовсім не важливий»*; N = *«важливість нижче середнього»*; M = *«середньої важливості»*; I = *«важливий»*; EI = *«надзвичайно важливий»*.

Якщо значення даної лінгвістичної змінної Imp характеризувати на числовому відрізку $[1,5]$ нечіткими множинами з трикутною ФН, то їх можна представити таким чином: $EN = (1;\ 1;\ 2)$, $N = (1;\ 2;\ 3)$, $M = (2;\ 3;\ 4)$, $I = (3;\ 4;\ 5)$, $EI = (4;\ 5;\ 5)$. Графічна інтерпретація нечітких множин значень лінгвістичної змінної Imp, за якою оцінюється важливість проекту, наведена на рис. 9.16.

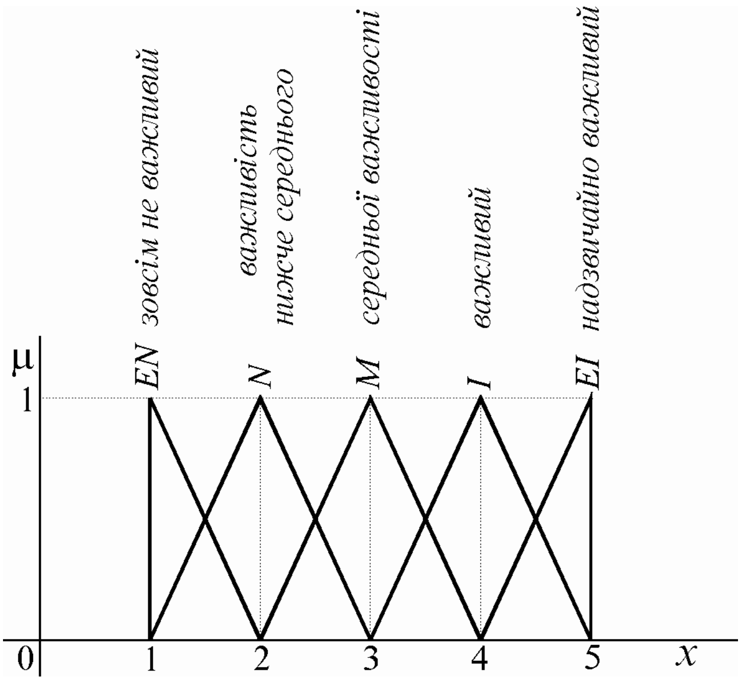


Рис. 9.16. Нечіткі множини значень лінгвістичної змінної *Imp*

Таким чином, за лінгвістичним підходом для надання експертних оцінок проектів ОПР вибирають значення з множини нечітких лінгвістичних змінних.

Однак, практичні дослідження виявили, що за таким підходом для даного класу задач ОПР надають достатньо грубі оцінки ситуацій, проектів і процесів, що зменшує реалістичність експертних оцінок, та у значній мірі негативно впливає на якість отриманого рішення [37]. Наприклад, при наданні якісних оцінок двом проектам за характеристикою «важливість» вибором значення лінгвістичної змінної із наведеної п'ятибальної шкали лінгвістичних змінних (9.4) ОПР змушена надати цим проектам однакові оцінки *I =«важливий»*, хоча, у дійсності, могла би надати перевагу другому проекту, наприклад, оцінку *VI = «дуже важливий»*, $VI = (3{,}5;\ 4{,}5;\ 5)$, яка знаходилась би між змінними *I =«важливий»* та *EI = «надзвичайно важливий»*.

Збільшення кількості значень наведеної шкали лінгвістичних змінних в деякій мірі збільшує реалістичність експертних оцінок, але не вирішує дану проблему внаслідок того, що градація значень по шкалі лінгвістичних змінних, як правило, відбувається у рівномірний спосіб [21, 71]. Крім того, велика кількість значень у шкалі лінгвістичних змінних може спричиняти внутрішній опір у багатьох ОПР [41, 69] під час надання оцінок.

Доцільним виявляється підхід одержання якісних нечітких експертних оцінок, який полягає у ранжируванні оцінок на неперервному числовому відрізку та подальшій їх фазифікації – перетворенні у нечіткі множини [21, 38]. За таким підходом ОПР для надання якісних експертних оцінок характеристик проекту чи деякого об'єкту чи процесу використовує прийом геометричного позиціонування покажчика між крайніми полярними значеннями, тобто між точками $\min$ та $\max$, які є мінімально та максимально можливими значеннями оцінок, як зображено на рис. 9.17.

Рис. 9.17. Геометричний спосіб визначення оцінок

У такий спосіб відбувається фактичне ранжирування оцінок на неперервному числовому відрізку $[\min, \max]$, а далі здійснюється перетворення наданих у такий спосіб ОПР значень у нечіткі множини, які і постають якісними експертними оцінками. Визначення нечіткої множини якісної експертної оцінки $\widetilde{E}$ при використанні, наприклад, трикутної ФН (9.3) здійснюється таким чином:

$$\widetilde{E} = \begin{cases} (\min;\ e;\ e+c), \text{ якщо } (e - c) < \min, \\ (e-c, e, \max), \text{ якщо } (e+c) > \max, \\ (e-c, e, e+c), \text{ інакше}, \end{cases} \quad c = \frac{\max - \min}{n-1},\ n > 1,$$

де e – дійсне значення позиції покажчика, яка обрана ОПР, на неперервному числовому відрізку $[\min, \max]$; c – допоміжний коефіцієнт; n – ціле значення потенційної лінгвістичної потужності числового відрізку $[\min, \max]$.

Значення n, що є числом значень шкали лінгвістичних змінних, використовується для визначення розміру носія нечіткої множини оцінки за лінгвістичною змінною, яка характеризується на відрізку [min, max]. Необхідно зазначити, що кількість градацій n лінгвістичної шкали експертного оцінювання доцільно формувати у відповідності до числа Міллера, що дорівнює 7 ± 2 [22]. Чим більше значення n, тим коротшим буде відрізок носія нечіткої множини оцінки.

Наприклад, якщо ОПР виставила покажчик на позицію, яка відповідає значенню $e = 4{,}2$, мінімальному можливому значенню min відповідає значення 1, а максимальному max відповідно 5. Тому можливу кількість значень n шкали лінгвістичних змінних покладемо 5 і якісній експертній оцінці буде відповідати нечітка множина $\widetilde{E}$, яка характеризується, при використанні трикутної ФН (9.3), так $\widetilde{E} = (3{,}2;\ 4{,}2;\ 5)$.

За дослідженнями Норвича і Турксена [69] геометричний підхід виявляється дуже легким, не сприяє запам'ятовуванню попередніх оцінок, не збуджує внутрішнього опору у ОПР, дозволяє одержувати реалістичні, більш точні якісні експертні оцінки об'єктів та процесів, зокрема проектів, і значно поліпшує якість отриманих рішень в задачах прийняття рішень, зокрема в задачах розподілу інвестиційних ресурсів.

У більшості існуючих нечітких моделей для прийняття рішень відсутнє обґрунтування вибору функції належності нечітких понять [4, 57, 60, 69]. В силу простоти застосування в них зазвичай використовуються ФН симетричного трикутного вигляду (9.3), в якій центральне значення a нечіткої множини $\widetilde{A}$ є середнім значенням інтервалу-носія $[a_l, a_r]$. Рідше користуються дзвоноподібними (рис. 9.6) і гаусовими ФН, хоча їх практичне застосування також виявляється відносно простим і зручним. Проте такий вибір на користь трикутних чи дзвоноподібних ФН, як правило, не сприяє підвищенню якості рішення.

Розглянемо проблему вибору ФН нечітких оцінок критеріїв проекту в задачі розподілу ресурсів. Виконані експерименти з різноманітними ФН, у тому числі і з трикутними та дзвоноподібними, що набули широкого застосування, виявляють залежність якості прийнятого рішення від виду та вигляду ФН, що підкреслює значущість та актуальність даної проблеми. Однак, встановити характер залежності, який дозволить розробити загальну методику вибору тієї чи іншої ФН неможливо. У деяких випадках, при стійкості рішення до змін ФН, незмінною залишається послідовність остаточного ранжирування проектів $P_i, i=\overline{1,n}$ за узагальненим критерієм, проте чисельна оцінка проектів за цим критерієм змінюється в залежності від ФН. У цьому випадку для задач простого вибору найбільш привабливого проекту P^{opt} з множини альтернатив Р за узагальненим критерієм вигляд ФН не впливає на прийняте рішення. А для задач розподілу інвестицій з обмеженнями, вибір ФН виявляється критичним.

Виділяють дві групи методів побудови функцій належності: *прямі* та *непрямі*.

В прямих методах безпосередньо задаються правила визначення значень ФН. До прямих методів належать завдання ФН за допомогою таблиці, формули чи прикладу [4, 56, 57, 60]. Як правило, прямі методи побудови ФН застосовують для вимірних понять, таких як час, рентабельність, доход та інші, або коли виділяються полярні значення. У багатьох об'єктів в задачах прийняття рішень можливо встановити набір ознак, для яких можна виділити полярні значення, що відповідають значенням функції належності 0 та 1.

Непрямі методи побудови ФН використовують у випадках, коли не існує елементарних вимірних властивостей, через які визначається нечітка множина, що розглядається [69]. У непрямих методах значення ФН обирається таким чином, щоб задовольнялись заздалегідь сформульовані додаткові умови. Додаткові умови можуть накладатись як на вид одержуваної інформації, так і на процедуру її обробки. Наприклад, додаткові умови можуть бути такими: ФН повинна відображати близькість до заздалегідь виділеного еталону; об'єкти множини є точками у параметричному просторі [56, 69, 71]; ФН задовольняє умовам інтервальної шкали [33]; умови оцінювання об'єктів при попарному порівнянні [69] тощо. Непрямі методи побудови ФН при практичній реалізації виявляються трудомісткішими ніж прямі методи.

В задачах розподілу інвестиційних ресурсів існує два способи одержання нечітких оцінок параметрів інвестиційних проектів: експертні оцінки, що надаються ОПР, та як результат обробки чітких розрахованих числових характеристик проектів. В основі обох способів полягає необхідність визначення та побудови ФН нечітких множин.

Когнітивні функції належності та метод їх побудови

При розробці та застосуванні системи підтримки прийняття рішень з розподілу ресурсів, істотно, що найкращим рішенням задачі буде таке, яке у найбільшій мірі відповідає логіці міркувань ОПР. Дослідження виявляють, що ОПР через суб’єктивне сприйняття нерідко спотворюють оцінки, наприклад, зрушують їх у напрямках кінців оціночної шкали [41, 61, 69], що може спричиняти порушення правил, визначених у концепції лінгвістичних змінних [21]. Результати досліджень зумовили активний розвиток напрямку розробки методів підтримки прийняття рішень, які враховують характеристики та особисті переваги ОПР. Крім цього, при побудові системи підтримки прийняття рішень з розподілу ресурсів, особливо інвестиційних, також необхідно приймати до уваги підвищену відповідальність ОПР за прийняте рішення, тому для нечітких оцінок ОПР пропонується використовувати ФН, що відповідають аналітичним моделям ОПР. Тобто, пропонується для суб’єктивних оцінок, які надає кожна ОПР, визначати індивідуальну ФН. Таким чином буде здійснено «калібрування» системи підтримки прийняття рішень під множину ОПР.

В літературі з математичної психології можна зустріти розгляд методів шкалювання суб’єктивного сприйняття властивостей [21, 41, 61, 71]. Кожний з них має свої переваги та недоліки, але всі вони достатньо складні та трудомісткі при практичному застосуванні.

Розглянемо евристичний підхід до побудови ФН нечітких оцінок, що оснований на дослідженнях Норвича і Турксена [69] та полягає у складанні кожною ОПР D_t з групи всіх ОПР $\mathrm{D} = \{D_t\}$ спеціально розробленого тесту, який дозволяє виявити індивідуальне сприйняття ОПР. За результатами складання тесту будується індивідуальна ФН F_t^D для кожної ОПР D_t, яка потім узагальнюється на всю множину оцінок, що надаються даною ОПР D_t.

Тест базується на «калібруючій» вибірці, відносно якої ОПР формулює свої переваги, і таким чином виявляється її індивідуальне сприйняття. Вибірка складається з більш ніж 20 понять: істотних зовнішніх подразників ОПР; характеристик об'єктів і явищ реального світу; абстрактних якісних понять тощо.

Визначення індивідуальних властивостей у мисленні ОПР відбувається за трьома методами [69]: методом прямого оцінювання, методом зворотного оцінювання та методом відносного оцінювання.

Метод прямого оцінювання. ОПР D_t пропонують оцінку належності μ властивості π об'єкту O, тобто вказати ступінь згоди з тим, що «O має властивість π«.

Метод зворотного оцінювання. ОПР D_t повідомляється оцінка належності μ властивості π деякому об'єкту, та пропонується обрати об'єкт O, котрий, на погляд ОПР, має властивість π зі ступенем μ.

Метод відносного оцінювання. ОПР D_t надає оцінку належності μ_α властивості π об'єкту O_α по відношенню до оцінки належності μ_β властивості π об'єкту O_β.

Запитання тесту пропонуються у випадковому порядку за різними методами. ОПР надає оцінки у тому числі і за допомогою запропонованого вище геометричного прийому (рис. 9.17). За результатами порівнянь відповідей ОПР з еталонними визначається *індивідуальна ФН F_t^D ОПР D_t*, тобто ФН її нечітких експертних оцінок [37].

Процедури зазначених методів для певної ОПР D_t повинні привести до тієї самої ФН, а їх спільне використання надає можливість виконувати перевірку на еквівалентність та забезпечує необхідну умову існування індивідуальної ФН оцінок ОПР. Для кожної із зазначених процедур для певної ОПР D_t повторні випробування не завжди приводять до збіжних результатів. За остаточну оцінку значення ФН в деякій точці приймається середнє чи медіана. Необхідно зазначити, що в даній ситуації може спостерігатись ефект субнормальності ФН певної ОПР D_t, тобто значення максимальної належності $\max\limits_{x \in X} F_t^D(x)$ менше повної належності, що дорівнює 1. Це пояснюється тим, що при повторних пред'явленнях певного об'єкту ОПР може в деяких випробуваннях (хоча би в одному) оцінити ступінь належності деякої властивості меншим, ніж в інших. Тому часто на практиці при знаходженні середньої оцінки значення верхньої границі ФН (висоти) нечіткої множини виходить менше значення, ніж повна належність: $\max_{x \in X} F_t^D(x) < 1$. Отже, визначена ФН F_t^D ОПР D_t піддається такій процедурі нормування:

$$F_t^D(x) = \frac{F_t^D(x)}{\max_{x \in X} F_t^D(x)}, \quad \forall x \in X .$$

За умови, що найбільше значення $\max_{x \in X} F_t^D(x)$ ФН приймає на деякому відрізку носія X, тобто утворюється найвище «плато», ФН піддається перетворенню, за яким найбільше значення $\max_{x \in X} F_t^D(x)$ буде відповідати лише одному значенню $x \in X -$ середині носія зазначеного «плато».

Під час виконання експериментальних досліджень отримано такі важливі спостереження: кожна ОПР керується своїм загальним підходом при оцінюванні різноманітних понять; ніякі два індивідууми не сприймають будь-яку властивість $\pi \in O$ у точності однаково. Людині притаманно не ототожнювати за значенням антонім $antT$ деякого терму T і його заперечення $\overline{T}$, наприклад, якщо в якості терму взяти «високий», то його антонім «низький» не сприймається синонімом до його заперечення «невисокий» (саме ця особливість полягає в основі логіки антонімів). Ці результати підкріплюють необхідність застосування при розв’язанні задач прийняття рішень в гуманістичних системах, зокрема задач розподілу інвестицій, ФН нечітких експертних оцінок, які відповідають індивідуальному сприйняттю ОПР; та підтверджують вірність передумов і практичну застосовність запропонованого підходу побудови індивідуальних ФН нечітких оцінок ОПР.

Необхідно зазначити, що аналітичний вираз одержаних у такий спосіб ФН досить складний, але при інтеграції даного підходу у систему підтримки прийняття рішень з використанням засобів обчислювальної техніки не виникає жодних перешкод для успішного практичного застосування цього методу. Приклад побудованої за даним методом ФН експертних оцінок із урахуванням індивідуального сприйняття ОПР зображено на рис. 9.18.

Виходячи з методу одержання таких індивідуальних ФН ОПР та враховуючи те, що такі ФН характеризують індивідуальне сприйняття і мислення експертів, запропоновано називати їх *когнітивними функціями належності нечітких експертних оцінок* [37]. Даний метод дозволяє одержувати реалістичні, більш точні якісні нечіткі експертні оцінки об'єктів та процесів з урахуванням індивідуального сприйняття ОПР, і значно поліпшує якість отриманих рішень при розв'язанні задач прийняття рішень в гуманістичних системах, зокрема в соціально-економічних.

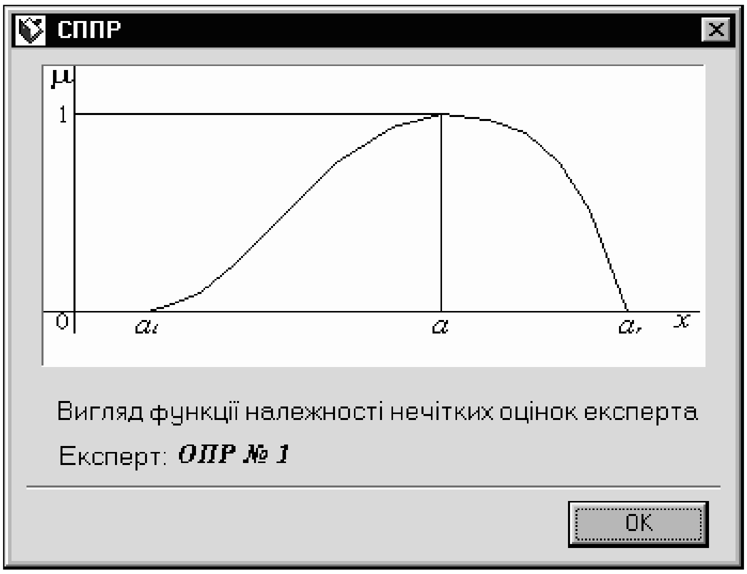


Рис. 9.18. Когнітивна функція належності нечітких експертних оцінок

Наметоподібні функції належності та метод α,β-рівнів їх побудови

Як зазначено вище, в задачах розподілу ресурсів разом із експертними оцінками майже завжди застосовують розраховані числові характеристики проектів, як, наприклад, для інвестиційних проектів: необхідний обсяг інвестиційних ресурсів, рентабельність, строк окупності тощо. При застосуванні підходів, що основані на нечіткій логіці та ТНМ, такі чіткі числові характеристики проектів піддають процедурі *фазифікації* – приведення до нечіткості [56, 71]. Слід зазначити, що при цьому постає проблема побудови набору лінгвістичних змінних та їх функцій належності, яким ставляться у відповідність вхідні дані – числові характеристики проектів.

Існують підходи розв'язання цієї задачі, наприклад [4, 68], що ґрунтуються на обробці навчальної вибірки з вхідних та вихідних даних. На жаль, такі підходи мають суттєві недоліки, оскільки є дуже громіздкими та трудомісткими, що значно ускладнює їх практичне застосування. Дуже часто логічно некоректною є побудова за такими методами множини лінгвістичних змінних для вхідних даних та їх ФН. Наприклад, на рис. 9.19 зображені нечіткі множини побудованого за методом [68] набору лінгвістичних змінних для вхідної змінної x_1, що характеризує обсяг активів.

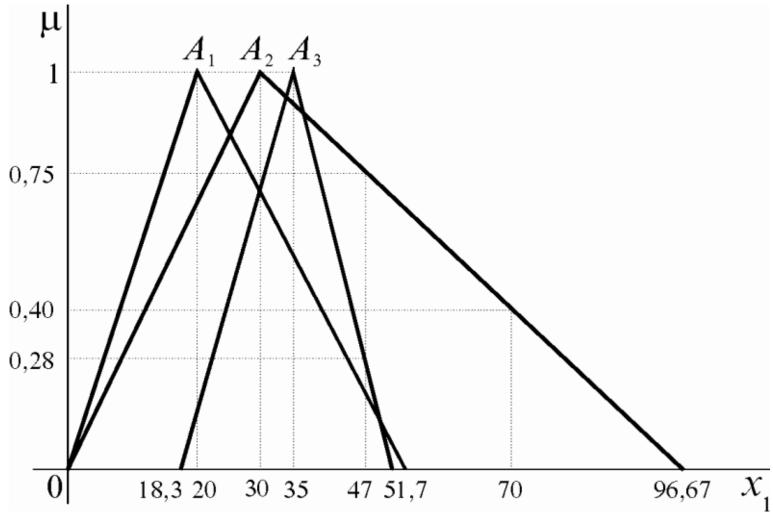


Рис. 9.19. Нечіткі множини набору лінгвістичних змінних для x_1

Нечітким множинам A_1, A_2, A_3 можна поставити у відповідність лінгвістичні змінні «малий», «середній», «великий». Отже, значення, наприклад 47, більше значення 35, яке має найбільшу ступінь належності 1 до лінгвістичної змінної «великий». Однак 47 має значно меншу ступінь належності до лінгвістичної змінної «великий», ніж до лінгвістичної змінної «середній»: $0{,}28$ проти $0{,}75$ (рис. 9.19). А значення, наприклад 70, взагалі має нульову ступінь належності до лінгвістичної змінної «великий», проте до лінгвістичної змінної «середній» належить зі ступінню $0{,}4$.

Вочевидь, що такий набір лінгвістичних змінних з їх ФН не може бути використаний при розв'язанні задач розподілу ресурсів, оскільки зазначені методи побудови набору лінгвістичних змінних прямо суперечать принципам лінгвістичного підходу [4, 21, 71]. Забороняється існування у базовій множині пар сусідніх термів, де відсутня істотна розмежованість понять, що апроксимуються термами; та забороняється наявність ділянок області визначення, яким не відповідає жодне лінгвістичне поняття.

Більш того, вищенаведені підходи потребують наявності вибірки даних як з вхідними значеннями так із вихідними. Однак в реальних задачах розподілу інвестиційних ресурсів часто стикаються з відсутністю вибірок з вихідними даними, тому що часто не має знань про результати впровадження та виконання тих чи інших проектів. Все це робить існуючі методи побудови набору лінгвістичних змінних та їх ФН не прийнятними для застосування у розв'язанні реальних практичних задач розподілу інвестиційних ресурсів.

Пропонується наступний підхід до побудови набору лінгвістичних змінних та ФН їх значень [29]. Даний підхід застосовується окремо для значень кожної вхідної змінної x_i, $i=\overline{1,n}$. Нехай є p значень вхідної змінної x_i. Вони упорядковуються за зростанням і, таким чином, утворюють набір: $X_i=\{x_1,x_2,...,x_p\}$. Для побудови набору лінгвістичних змінних набір числових значень X_i поділяється на r кластерів G_j, $j=\overline{1,r}$. Кластеризація реалізується за допомогою «α-перерізів» нечіткого відношення еквівалентності $R^T\left(x_{p_1},x_{p_2}\right)$, $x_{p_1},x_{p_2}\in X_i$ [29]:

$$G_j=\left\{x_g \,\middle|\, R^T\left(x_{p_1},x_{p_2}\right)\geq\alpha;\alpha\in[0,1];1\leq g\leq p,1\leq p_1\leq p,1\leq p_2\leq p\right\}. \quad (9.17)$$

Нечітке відношення еквівалентності R^T, яке є симетричним, рефлексивним та транзитивним, знаходиться як $\max-\min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості $R\left(x_{p_1},x_{p_2}\right)$, $x_{p_1},x_{p_2}\in X_i$:

$$R^T\left(x_{p_1},x_{p_2}\right)=R^k, \quad (9.18)$$
$$R^k=R^{k-1}\circ R, \quad R^{k+1}=R^k, \quad k\geq 2,$$

де «$\circ$» – операція композиції, яка для $R_1\left(x_{p_1},x_{p_2}\right)$ і $R_2\left(x_{p_2},x_{p_3}\right)$, $x_{p_1},x_{p_2},x_{p_3}\in X_i$ задається таким чином:

$$\mu_{R_1\circ R_2}\left(x_{p_1},x_{p_3}\right)=\max_{x_{p_2}\in X_i}\min\left[\mu_{R_1}\left(x_{p_1},x_{p_2}\right),\mu_{R_2}\left(x_{p_2},x_{p_3}\right)\right].$$

Нечітке відношення близькості $R(x_{p_1}, x_{p_2})$, $x_{p_1}, x_{p_2} \in X_i$, яке є симетричним та рефлексивним, визначимо за допомогою Евклідової відстані як:

$$R(x_{p_1}, x_{p_2}) = 1 - \frac{|x_{p_1} - x_{p_2}|}{\delta}, \tag{9.19}$$

де коефіцієнт δ розраховується у такий спосіб:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{p-1} |x_i - x_p|}{p-1}. \tag{9.20}$$

Значення x_p є максимальним значенням з упорядкованого набору $X_i = \{x_1, x_2, \ldots, x_p\}$. Відношення близькості $R(x_{p_1}, x_{p_2})$ приймає значення з інтервалу $[0,1]$, тобто якщо $R(x_{p_1}, x_{p_2}) < 0$, то приймаємо $R(x_{p_1}, x_{p_2}) = 0$.

Після проведення кластеризації за правилом (9.17) є r кластерів G_j, $j = \overline{1, r}$, які характеризують шукані лінгвістичні змінні. Далі відбувається побудова ФН для цих лінгвістичних змінних. Пропонується такий метод побудови ФН μ^j для деякого кластеру G_j, який складається з такого набору значень $G_j = \{x_1^j, x_2^j, \ldots, x_{g_j}^j\}$.

Знаходиться умовний центр кластеру c^j як середнє арифметичне між елементами кластеру:

$$c^j = \frac{\sum_{i=1}^{g_j} x_i^j}{g_j}, \tag{9.21}$$

або ж центр кластеру може бути визначеним, наприклад, як медіана – оцінка, яка найменш віддалена від всіх інших значень кластеру за δ (9.20) [29]:

$$c^j = \underset{x_p \in G_j, p = \overline{1, g_j}}{\arg\min} \left(\sum_{i=1}^{g_j} \delta(x_p^j, x_i^j) \right). \tag{9.22}$$

В деяких реалізаціях доцільним може виявитись обрання за центр кластеру середнього значення серед найбільш частих значень – середнього «зони купчастості» кластеру оцінок. У такому випадку функція належності буде проявляти більшу схильність до центрування, тобто значенням, які найбільш часто зустрічаються, будуть відповідати більші значення ступенів належності.

В окремому випадку центр кластеру c^j може дорівнювати деякому значенню з $G_j = \{x_1^j, x_2^j, ..., x_{g_j}^j\}$. Отже, розрахований за (9.21), (9.22) центр кластеру c^j приймається за значення h^j, при якому ФН кластеру G_j буде мати найбільше значення 1, тобто $\mu^j(h^j) = 1$.

$$h^j = c^j \,. \tag{9.23}$$

Значення h^j будемо називати точкою максимуму ФН кластеру G_j. Розміщення h^j серед значень кластеру виглядає так:

$$\{x_1^j, x_2^j, ..., x_{l-1}^j, x_l^j, h^j, x_m^j, x_{m+1}^j, ..., x_{g_j}^j\},\ 1 \le l < m \le g_j \,.$$

Далі визначаються лівий μ^{jL} і правий μ^{jR} фрагменти ФН μ^j кластеру для значень, що є меншими та більшими ніж точка максимуму h^j кластеру, відповідно. Для визначення фрагментів ФН пропонується ввести правило α, β*-рівнів*, за яким найближчому до h^j значенню (x_l^j та x_m^j) ставиться у відповідність ступінь належності, що дорівнює α, а найдальшому (x_1^j та $x_{g_j}^j$) – ступінь належності β, при цьому $\alpha, \beta \in [0,1]$. У випадку, коли $x_1^j = x_l^j$ або $x_m^j = x_{g_j}^j$, ці значення вважаються найдальшими. Значення між h^j та найближчими значеннями будуть мати ступінь належності з інтервалу $[\alpha, 1]$, а між найближчими та найдальшими від h^j будуть мати ступінь належності з інтервалу $[\beta, \alpha]$, обернено пропорційну до їх відстані.

Таким чином, частини лівого та правого фрагментів будуть виглядати так:

$$\mu^{jL}(x)=\begin{cases}\dfrac{\left(x-x_l^j\right)(1-\alpha)}{h^j-x_l^j}+\alpha, & \text{якщо } x_l^j<x\le h^j;\\[2ex] \dfrac{\left(x-x_1^j\right)(\alpha-\beta)}{x_l^j-x_1^j}+\beta, & \text{якщо } x_1^j<x\le x_l^j.\end{cases} \qquad (9.24)$$

$$\mu^{jR}(x)=\begin{cases}\dfrac{\left(x_m^j-x\right)(1-\alpha)}{x_m^j-h^j}+\alpha, & \text{якщо } h^j<x\le x_m^j;\\[2ex] \dfrac{\left(x_{g_j}^j-x\right)(\alpha-\beta)}{x_{g_j}^j-x_m^j}+\beta, & \text{якщо } x_m^j<x\le x_{g_j}^j.\end{cases} \qquad (9.25)$$

Далі визначають частини лівого та правого фрагментів ФН, які характеризують значення ступенів належності з інтервалу $[0,\beta]$. Значеннями, які будуть мати найменші, тобто нульові, ступені належності для лівого та правого фрагментів обирають точки максимумів сусідніх кластерів, тобто h^{j-1} і h^{j+1} відповідно, та у такий саме спосіб лінійно продовжують фрагменти ФН до цих значень. Отже, заключні частини фрагментів ФН виглядають так:

$$\mu^{jL}(x)=\left\{\dfrac{\left(x-h^{j-1}\right)\beta}{x_1^j-h^{j-1}}, \quad \text{якщо } h^{j-1}\le x\le x_1^j.\right. \qquad (9.26)$$

$$\mu^{jR}(x)=\left\{\dfrac{\left(h^{j+1}-x\right)\beta}{h^{j+1}-x_{g_j}^j}, \quad \text{якщо } x_{g_j}^j<x\le h^{j+1}.\right. \qquad (9.27)$$

Об’єднуючи отримані частини фрагментів ФН (9.24)-(9.27) кластеру як лінгвістичної змінної одержуємо остаточну ФН деякого кластеру G_j (9.28).

Зазначимо, що ФН (9.28) є функцією належності деякого кластеру G_j, який не є ні першим, ні останнім, $j\ne 1$, $j\ne r$. Для першого G_1 та останнього G_r кластерів ФН складається лише з правого та лівого фрагментів відповідно, та їх точки максимумів h^1 і h^r визначаються за іншими правилами.

$$\mu^j(x)=\begin{cases}\dfrac{\left(x-h^{j-1}\right)\beta}{x_1^j-h^{j-1}}, & \text{якщо } h^{j-1}\le x\le x_1^j;\\ \dfrac{\left(x-x_1^j\right)(\alpha-\beta)}{x_l^j-x_1^j}+\beta, & \text{якщо } x_1^j<x\le x_l^j;\\ \dfrac{\left(x-x_l^j\right)(1-\alpha)}{h^j-x_l^j}+\alpha, & \text{якщо } x_l^j<x\le h^j;\\ \dfrac{\left(x_m^j-x\right)(1-\alpha)}{x_m^j-h^j}+\alpha, & \text{якщо } h^j<x\le x_m^j;\\ \dfrac{\left(x_{g_j}^j-x\right)(\alpha-\beta)}{x_{g_j}^j-x_m^j}+\beta, & \text{якщо } x_m^j<x\le x_{g_j}^j;\\ \dfrac{\left(h^{j+1}-x\right)\beta}{h^{j+1}-x_{g_j}^j}, & \text{якщо } x_{g_j}^j<x\le h^{j+1}.\end{cases} \tag{9.28}$$

Для першого кластеру G_1 значення x_1^1 вважається найближчим, а $x_{g_1}^1$ – найдальшим від точки максимуму h^1, при цьому $h^1<x_1^1$. Значення h^1 розраховується пропорційно, виходячи з того, що h^1 відповідає ступінь належності 1, x_1^1 відповідає ступінь належності α, а $x_{g_1}^1$ – ступінь належності β:

$$h^1=x_1^1-\frac{\left(x_{g_1}^1-x_1^1\right)(1-\alpha)}{\alpha-\beta}. \tag{9.29}$$

ФН для першого кластеру G_1 визначається у такий спосіб:

$$\mu^1(x)=\begin{cases}\dfrac{\left(x_{g_1}^1-x\right)(\alpha-\beta)}{x_{g_1}^1-x_1^1}+\beta, & \text{якщо } h^1\le x\le x_{g_1}^1;\\ \dfrac{\left(h^2-x\right)\beta}{h^2-x_{g_1}^1}, & \text{якщо } x_{g_1}^1<x\le h^2.\end{cases} \tag{9.30}$$

Аналогічно, для останнього кластеру G_r значення $x_{g_r}^r$ вважається найближчим, а x_1^r – найдальшим від точки максимуму h^r, при цьому $x_{g_r}^r < h^r$. Значення h^r розраховується пропорційно, виходячи з того, що h^r відповідає ступінь належності 1, $x_{g_r}^r$ відповідає ступінь належності α, а x_1^r – ступінь належності β:

$$h^r = x_{g_r}^r + \frac{\left(x_{g_r}^r - x_1^r\right)(1-\alpha)}{\alpha - \beta}. \quad (9.31)$$

ФН для останнього кластеру G_r визначається у такий спосіб:

$$\mu^r(x) = \begin{cases} \dfrac{\left(x - h^{r-1}\right)\beta}{x_1^r - h^{r-1}}, & \text{якщо } h^{r-1} \le x \le x_1^r; \\ \dfrac{\left(x - x_1^r\right)(\alpha - \beta)}{x_{g_r}^r - x_1^r} + \beta, & \text{якщо } x_1^r < x \le h^r. \end{cases} \quad (9.32)$$

Як можна бачити з (9.30) і (9.32), правий та лівий фрагменти ФН відповідно першого та останнього кластеру мають на один вигин менше ніж фрагменти ФН внутрішніх кластерів.

Для даного методу побудови ФН необхідно отримати мінімум два кластери. У випадку, коли в результаті кластеризації утворюється лише один кластер, він вважається першим і останнім, тобто на ньому, як на носії будуються дві ФН.

Отже, підсумуємо запропонований метод визначення набору значень лінгвістичної змінної відповідної до x_i та побудови ФН її значень за вхідними числовими даними, який запропоновано називати *методом* α*,* β*-рівнів,* у такому алгоритмі [29]:

1. З p значень вхідної змінної x_i утворюється упорядкований за зростанням набір $X_i = \{x_1, x_2, ..., x_p\}$.

2. На X_i визначається нечітке відношення близькості $R\left(x_{p_1}, x_{p_2}\right)$, $\forall x_{p_1}, x_{p_2} \in X_i$ за (9.19).

3. На X_i визначається нечітке відношення еквівалентності $R^T\left(x_{p_1}, x_{p_2}\right)$, $\forall x_{p_1}, x_{p_2} \in X_i$ за (9.18) як $\max - \min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості $R\left(x_{p_1}, x_{p_2}\right)$.

4. Задається значення граничного коефіцієнту відношення еквівалентності α^{cut}, та потім за допомогою α^{cut}-перерізів нечіткого

відношення еквівалентності $R^T\left(x_{p_1}, x_{p_2}\right)$ набір вхідних значень X_i поділяється на r кластерів G_j, $j=\overline{1,r}$ за (9.17).

5. Якщо кластер один ($r=1$), то вважається, що він є першим та останнім, тобто покладається кількість кластерів рівною двом, а набір значень другого кластеру дорівнюється набору першого ($r:=2$, $G_2:=G_1$).

6. Задаються значення коефіцієнтів α і β, які будуть визначати ступені належності відповідно для найближчого та найдальшого значень від точки максимуму h^j в кожному кластері G_j, $j=\overline{1,r}$.

7. Для кожного кластеру G_j, $j=\overline{1,r}$ визначається його точка максимуму h^j, при якій ФН μ^j на кластері G_j буде мати найбільше значення 1 ($\mu^j\left(h^j\right)=1$). При цьому для першого кластеру G_1 значення h^1 визначається за (9.29), для останнього G_r значення h^r визначається за (9.31), а для всіх інших кластерів G_j, $j=\overline{2,r-1}$ значення h^j визначається за (9.21)-(9.23).

8. Для кожного кластеру G_j, $j=\overline{1,r}$ за правилом α,β-рівнів будується його ФН μ^j, при цьому для першого кластеру G_1 ФН μ^1 визначається за (9.30), для останнього G_r ФН μ^r визначається за (9.32), а для всіх інших кластерів G_j, $j=\overline{2,r-1}$ ФН μ^j визначається за (9.28).

Вигляд графіків так званих *наметоподібних* ФН, що утворюються за цим методом, наведений на рис. 9.20.

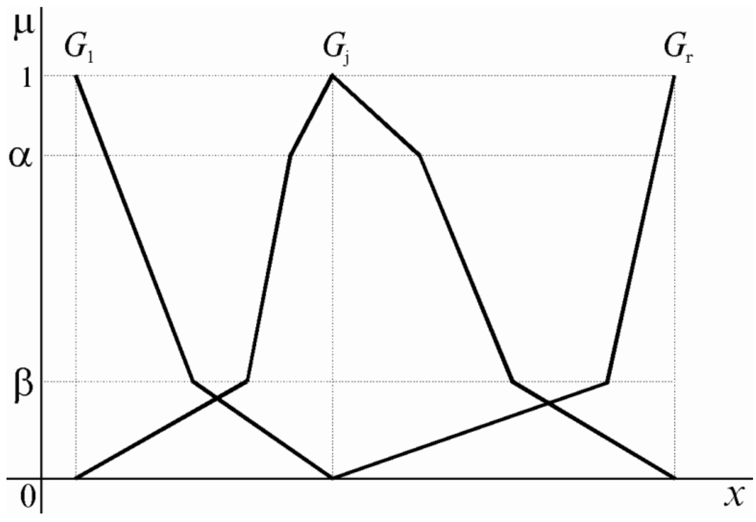


Рис. 9.20. Вигляд графіків наметоподібних ФН нечітких множин, що побудовані на кластерах за α,β-рівнями

9.4. Процедури агрегування та аналізу погодженості експертних оцінок

На даній стадії розв'язання задачі кожний проект P_i, $i=\overline{1,n}$ характеризується своїм набором оцінок S_{ilt}, $l=\overline{1,h}$, $t=\overline{1,k}$ за кожним критерієм C_l від кожної ОПР D_t. Наступним є етап зведення багатокритеріальної задачі до однокритеріальної, що складається з таких трьох операцій: операції агрегування оцінок проектів від кожної ОПР за критеріями системою НЛВ, операції аналізу погодженості оцінок ОПР та операції агрегування оцінок проектів за ОПР.

Операція агрегування оцінок проектів кожної ОПР полягає у визначенні для кожного проекту P_i, $i=\overline{1,n}$ k узагальнених оцінок від ОПР D_t, $t=\overline{1,k}$, що знаходяться для кожної ОПР D_t шляхом агрегування її оцінок S_{ilt} даного проекту за всіма критеріями C_l, $l=\overline{1,h}$, $t=\overline{1,k}$.

Традиційні методи агрегування, наприклад, такі як визначення середнього, не прийнятні для значень експертних оцінок, а тому для знаходження узагальнених агрегованих оцінок проектів скористуємось системою нечіткого логічного висновку. Додаткові зручності системи НЛВ полягають в тому, що процедура фазифікації є складовою частиною системи НЛВ, і тому для одержання нечітких оцінок $\tilde{S}_{ilt}$ проектів немає необхідності у попередній фазифікації наявних експертних оцінок S_{ilt}; та в тому, що результатом системи НЛВ є чітке значення завдяки тому, що процедура дефазифікації є складовою частиною системи НЛВ.

Для операції агрегування оцінок проекту, що одержані від певного експерта, пропонується обрати СНЛВ Мамдані (9.10)-(9.12), (рис. 9.11), що у найбільший спосіб відповідає наявним даним та методологічним вимогам етапу зведення задачі розподілу ресурсів до однокритеріальної. Система нечіткого логічного висновку для одержання узагальнених оцінок проектів має h входів (кількість критеріїв оцінки), та один вихід – власне узагальнена оцінка проекту.

Система НЛВ використовується для кожного проекту P_i, $i=\overline{1,n}$ та для кожної ОПР D_t, $t=\overline{1,k}$ окремо, тобто система НЛВ відпрацьовує $n \cdot k$ циклів. За один цикл на вхід системи НЛВ подаються оцінки S_{ilt}

за критеріями C_l проекту P_i від ОПР D_t, де $l = \overline{1,h}$. На виході система видає узагальнену чітку оцінку A_{it}^D проекту P_i від ОПР D_t.

Аналіз погодженості оцінок ОПР

Вважається, що рішення може бути прийняте тільки на основі погоджених думок експертів [2, 16], тобто лише на основі погоджених узагальнених чітких оцінок A_{it}^D проектів від ОПР.

Поширеними та вживаними методами розрахунку погодженості думок експертів є непараметричні методи визначення коефіцієнту конкордації Кендала та коефіцієнту рангової кореляції Спірмена [2, 31]. Коефіцієнт конкордації Кендала для n об’єктів, що аналізуються, та m експертів розраховується за такою формулою [31]:

$$W = \frac{12}{m^2\left(n^3 - n\right)} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} R_{ij} - \frac{m(n+1)}{2}\right)^2, \tag{9.33}$$

де R_{ij} – ранг i-того об’єкту, який наданий йому j-тим експертом. За наявності в’язок, тобто однакових значень рангів, коефіцієнт конкордації Кендала (9.33) здобуває такий вигляд [31]:

$$W = \frac{1}{\frac{1}{12}m^2\left(n^3 - n\right) - m\sum_{j=1}^{m} T_j} \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} R_{ij} - \frac{m(n+1)}{2}\right)^2, \tag{9.34}$$

$$T_j = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{L_j}\left(n_i^3 - n_i\right),$$

де L_j – кількість в’язок, а n_i – кількість елементів в i-тій в’язці для j-того експерта.

Коефіцієнт конкордації Кендала W (9.33), (9.34) може приймати значення з інтервалу $[0,1]$, при цьому значення $W = 0$ означає повну непогодженість оцінок експертів, а значення $W = 1$ відповідно означає наявність повної погодженості думок експертів.

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена може бути застосований для визначення погодженості оцінок двох експертів для n об’єктів, що аналізуються, та розраховується таким чином:

$$p = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(R_{i1} - R_{i2}\right)^2 , \qquad (9.35)$$

де R_{i1} та R_{i2} – ранги i-го об'єкту, які надані йому першим та другим експертом відповідно.

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена p (9.35) може приймати значення з інтервалу $[-1,1]$, при цьому значення $p = 0$ означає непогодженість оцінок експертів.

Однак, наявність погодженості оцінок експертів, що визначена за такими методами, означає лише відхилення гіпотези про незалежність оцінок ОПР на множині всіх оцінок. Перевірка погодженості у зазначеному статистичному сенсі зовсім не є перевіркою погодженості у сенсі практики експертних оцінок [2, 16, 31].

Часто намагаються штучно досягти погодженості оцінок ОПР – для цього вдаються до зменшення впливу оцінок тих ОПР, оцінки яких відрізняються від оцінок більшості, так званих експертів-дисидентів [2, 16, 31]. Жорсткий метод боротьби з такими ОПР полягає у неврахуванні їх оцінок при розв'язанні задачі, тобто фактичне видалення цих ОПР з групи ОПР D . Одним з поширених підходів є видалення не тільки крайніх оцінок, тобто оцінок з мінімальним та максимальним значеннями, а й усіх, що не належать до більшості [2, 16, 31] . Необхідно зазначити, що у такому разі можуть бути відсіяні оцінки як некваліфікованих ОПР (які потрапили до експертної групи D за непорозумінням або виходячи з міркувань, що не мають відношення до їх професійного та посадового рівня), так і найбільш неординарні ОПР, які глибше збагнули проблему ніж більшість. Таке відбраковування оцінок ОПР та взагалі відбраковування результатів спостережень, що різко виділяються, як показано у [2], призводить до отримання процедур з поганими або невідомими статистичними властивостями. М'який метод боротьби з оцінками експертів-дисидентів полягає у застосуванні стійких статистичних процедур на наступному кроці агрегування оцінок ОПР. Наприклад, оцінка, що різко виділяється, сильно впливає на середнє арифметичне оцінок ОПР, та не впливає на їх медіану. Тому в якості погодженої думки експертів, тобто агрегованої оцінки ОПР, можуть розглядати медіану. У кожному з двох наведених методів боротьби з оцінками ОПР-дисидентів відбуваються необґрунтовані з позицій логіко-смислової коректності оцінок неврахування та видалення думок тих чи інших ОПР.

Передумова, що рішення може бути прийняте тільки за наявністю погодженості думок експертів не відповідає реальним практичним задачам прийняття рішень, зокрема задачам розподілу ресурсів. На практиці часто спостерігаються ситуації, коли ОПР поділяються на дві чи більше груп, які мають спільні групові точки зору. В таких ситуаціях фактично виявляється відсутність єдності думок ОПР. Так, в [36] наведено приклад поділу експертів при оцінюванні результатів науково-дослідних робіт на дві групи: «теоретиків», котрі явно надають перевагу роботам, в яких отримані теоретичні результати, і «практиків», котрі обирають ті роботи, які надають можливість отримувати безпосередні прикладні результати (на конкурсі науково-дослідних робіт в Інституті проблем управління РАН).

Прагнення забезпечити погодженість оцінок ОПР за будь-якої ціни може спричиняти свідомий однобічний підбір експертів, ігнорування всіх точок зору, окрім однієї, яка найбільш подобається та є найбільш вигідною організатору процесу вирішення проблеми.

Існуючі методи і підходи для визначення погодженості оцінок ОПР, зокрема на основі коефіцієнтів Спірмена та Кендала, є неприйнятними для практичних задач розподілу ресурсів, однак все-таки необхідно припускати наявність оцінок некомпетентних експертів, які можуть негативно впливати на якість рішення задачі. Тобто необхідно виявляти та боротись з некомпетентними, несуттєвими та неважливими експертними оцінками.

Таким чином, для успішного вирішення задач прийняття рішень, необхідно не намагатись забезпечити повну погодженість думок експертів, а проводити аналіз реальної ситуації у розподілі їх оцінок, і виходячи з результатів такого аналізу, приймати рішення про доцільність врахування чи неврахування думок тих чи інших експертів.

В загальному випадку підхід до аналізу і формування погоджених експертних оцінок складається з таких етапів [16, 22]:

1. Введення метрики. На множині експертних оцінок визначається відношення, за яким для будь-якої пари оцінок можна встановити міру їх розрізнення.

2. Введення функціонала якості. Функціонал якості дозволяє визначити вагу оцінки, при чому вага оцінки тим більша, чим більш достовірною і обґрунтованою вона є з погляду організаторів експертного оцінювання.

3. Груповий аналіз оцінок. Полягає у виділенні на множині оцінок груп близьких одна до одної оцінок – кластерів, які використовуються

для пошуку найбільш погодженої думки експертів відповідної групи. Для цього для кожного кластеру виконують:

a. знаходження «центра» групи, наприклад, медіани – значення оцінки, яке є у найменшій мірі віддаленим від всіх інших оцінок у відповідному кластері за метрикою з п.1;

b. визначення довірчої множини оцінок, яка складається з оцінок, що найменш віддалені від центру «групи» та мають найбільшу вагу (функціонал якості).

4. Аналіз погодженості думок. В результаті аналізу погодженості думок приходять до підсумкової погодженої оцінки об’єкту.

Пропонується *метод* α,β*-коаліцій* для аналізу і вибору погоджених експертних оцінок. Суть методу полягає у виявленні груп експертів зі схожими погодженими думками, тобто *коаліцій*, та у видаленні з подальшого врахування оцінок експертів, які входять до складу несуттєвих коаліцій. При цьому коефіцієнт α визначає об’єднання експертів у коаліції за значеннями їх оцінок, а, коефіцієнт β визначає належність коаліцій до суттєвих чи несуттєвих.

Для кожної ОПР D_t є вектор $\mathrm{A}_t^D = \left\{A_{it}^D\right\},\ i=\overline{1,n}$ її узагальнених оцінок усіх проектів $P_i,\ i=\overline{1,n}$. Поділимо множину векторних узагальнених оцінок ОПР $\mathrm{A}^{\mathrm{D}} = \left\{\mathrm{A}_t^D\right\},\ t=\overline{1,k}$ на r кластерів $G_j,\ j=\overline{1,r}$, тобто фактично виділимо r коаліцій ОПР за значеннями їх оцінок. Для цього скористуємось прийомом аналогічним до розглянутого у методі α,β-рівнів побудови наметоподібних ФН. Кластеризація відбувається за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності $R^T\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right),\ \mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \in \mathrm{A}^{\mathrm{D}}$ аналогічно до (9.17):

$$G_j = \left\{ \mathrm{A}_t^D \,\middle|\, R^T\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right) \ge \alpha\,; \alpha \in [0,1];\ \mathrm{A}_t^D, \mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \in \mathrm{A}^{\mathrm{D}} \right\}. \quad (9.36)$$

Нечітке відношення еквівалентності R^T, яке є симетричним, рефлексивним та транзитивним, знаходиться за (9.18) як $\max-\min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right)$, яке у свою чергу є симетричним та рефлексивним. Визначимо $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right),\ \mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \in \mathrm{A}^{\mathrm{D}}$ за допомогою Евклідової відстані як:

$$R\left(\mathrm{A}_{t_1}^{D}, \mathrm{A}_{t_2}^{D}\right) = 1 - \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(A_{it_1}^{D} - A_{it_2}^{D}\right)^2}}{\delta}, \tag{9.37}$$

де коефіцієнт δ розраховується у такий спосіб:

$$\delta = \frac{\sum_{t=1}^{k}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(A_{it}^{D} - \max_{t}\left\{A_{it}^{D}\right\}\right)^2}}{k-1},$$

при цьому $\max_{t}\left\{A_{it}^{D}\right\}$ є максимальне значення оцінки проекту P_i серед оцінок усіх ОПР D_t, $t = \overline{1,k}$. Відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^{D}, \mathrm{A}_{t_2}^{D}\right)$ приймає значення з інтервалу $[0,1]$, тобто якщо $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^{D}, \mathrm{A}_{t_2}^{D}\right) < 0$, то приймаємо $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^{D}, \mathrm{A}_{t_2}^{D}\right) = 0$.

Отже, після проведення кластеризації за правилом (9.36) є r кластерів G_j, $j = \overline{1,r}$ векторних оцінок ОПР, які будемо розглядати як коаліції ОПР за схожістю думок щодо оцінювання проектів. Тобто кластер $G_j = \left\{\mathrm{A}_t^{D}\right\}$ векторних оцінок ОПР будемо вважати коаліцією $G_j = \left\{D_t\right\}$ тих ОПР D_t, оцінки яких входять до складу цього кластеру.

Далі для кожної коаліції G_j, $j = \overline{1,r}$ визначимо її вагу W_j^G як суму вагових коефіцієнтів V_t^{norm} ОПР, які входять до складу коаліції:

$$W_j^G = \sum_{t, D_t \in G_j} V_t^{norm}. \tag{9.38}$$

За значенням ваги W_j^G кожної коаліції G_j на множині всіх коаліцій G визначимо суттєві та несуттєві коаліції. Множину суттєвих коаліцій G^{Ess} утворюють такі коаліції, вага кожної з яких неменше деякого заданого порогу β, а множину несуттєвих коаліцій G^{NonEss} утворюють такі коаліції, вага кожної з яких менше порогу β:

$$\mathrm{G}^{Ess} = \left\{ G_j \middle| W_j^G \geq \beta,\ j = \overline{1, r} \right\}. \qquad (9.39)$$

$$\mathrm{G}^{NonEss} = \left\{ G_j \middle| W_j^G < \beta,\ j = \overline{1, r} \right\}. \qquad (9.40)$$

Виходячи з правил добору коаліцій у множини суттєвих та несуттєвих коаліцій, можна стверджувати, що

$$\mathrm{G}^{Ess} \cup \mathrm{G}^{NonEss} = \mathrm{G}, \qquad \mathrm{G}^{Ess} \cap \mathrm{G}^{NonEss} = 0.$$

За допомогою порогу суттєвості коаліції β фактично відфільтровуються неважливі експертні оцінки, які самі собою мають незначний вплив на результат та лише «зашумлюють» множину оцінок. ОПР, які входять до несуттєвих коаліцій, та їх оцінки, які утворюють відповідні несуттєві кластери, будуть видалені з подальшого розв’язання задачі. Тобто первісна група ОПР $\mathrm{D} = \{D_t\},\ t = \overline{1, k}$ після відсіювання тих ОПР, які входять до несуттєвих коаліцій, перетворюється на нову групу ОПР $\mathrm{D}^E = \{D_t\},\ t = \overline{1, d}$ ($d \leq k$), до складу якої входять лише ОПР з суттєвих коаліцій:

$$\mathrm{D}^E = \left\{ D_t \middle| \ D_t \subset \mathrm{G}^{Ess},\ t = \overline{1, k} \right\};$$

або (9.41)

$$\mathrm{D}^E = \left\{ D_t \middle| \ D_t \not\subset \mathrm{G}^{NonEss},\ t = \overline{1, k} \right\}.$$

Таким чином, подальше розв’язання задачі буде відбуватись лише на основі суттєвих узагальнених оцінок проектів P_i від ОПР D_t з D^E:

$$A_{it}^D,\ i = \overline{1, n},\ t = \overline{1, d}. \qquad (9.42)$$

Оскільки $d \leq k$, тобто $\mathrm{D}^E \subseteq \mathrm{D}$, то вагові коефіцієнти ОПР з D^E можуть не відповідати умові $\sum_{t=1}^{d} V_t^{norm} = 1$, і тому можуть потребувати корегувального перенормування. У будь-якому разі для подальшого використання вагові коефіцієнти ОПР з нової групи D^E доцільно піддати додатковій процедурі нормування аналогічно до (9.2):

$$V_t^{norm^{/}} = V_t^{norm} / \left(\sum_{t=1}^{d} V_t^{norm} \right), \; t = \overline{1, d}\,; \qquad (9.43)$$

$$\text{та } \; V_t^{norm} = V_t^{norm^{/}}, \; t = \overline{1, d}\,. \qquad (9.44)$$

За допомогою (9.43) та (9.44) відносні вагові коефіцієнти V_t^{norm} ОПР набувають нових скорегованих значень, які гарантовано задовольняють умові $\sum_{t=1}^{d} V_t^{norm} = 1$.

Отже, підсумуємо запропонований метод α, β-коаліцій для аналізу погодженості думок експертів у такому алгоритмі:

1. На множині векторних узагальнених оцінок $\mathrm{A^D} = \left\{ \mathrm{A}_t^D \right\}$ ОПР $\mathrm{D} = \left\{ D_t \right\}$, $t = \overline{1, k}$ усіх проектів $\mathrm{P} = \left\{ P_i \right\}$, $i = \overline{1, n}$ (кожній ОПР відповідає вектор її оцінок $D_t \sim \mathrm{A}_t^D$) визначається нечітке відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \right)$, $\forall\, \mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \in \mathrm{A^D}$ за (9.37).

2. На $\mathrm{A^D}$ визначається нечітке відношення еквівалентності $R^T\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \right)$, $\forall\, \mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \in \mathrm{A^D}$ за (9.18) як $\max - \min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \right)$.

3. Задається значення граничного коефіцієнту відношення еквівалентності α–коефіцієнту кластеризації, та потім за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності $R^T\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D \right)$ за (9.36) множина векторних узагальнених оцінок ОПР $\mathrm{A^D}$ поділяється на r кластерів G_j, $j = \overline{1, r}$, тобто визначаються r коаліцій G_j, $j = \overline{1, r}$ ОПР за погодженістю їх оцінок.

4. Для кожної коаліції G_j, $j = \overline{1, r}$ за (9.38) визначається її вага W_j^G.

5. Задається значення коефіцієнту β – порогу суттєвості коаліції, та потім за (9.39) і (9.40) утворюються множини відповідно суттєвих G^{Ess} і несуттєвих G^{NonEss} коаліцій.

6. Утворюється нова група суттєвих ОПР $\mathrm{D}^E = \left\{ D_t \right\}$, $t = \overline{1, d}$ за (9.41) та за (9.42) новий набір суттєвих узагальнених оцінок A_{it}^D

проектів P_i відповідний до цих ОПР D_t. У подальшому розв'язанні задачі розглядаються лише такі суттєві ОПР та їх оцінки.

7. Здійснюється перенормування вагових коефіцієнтів V_t^{norm} ОПР з нової групи $\mathrm{D}^E = \{D_t\}, \ t = \overline{1,d}$ за (9.43) та (9.44).

Розглянутий метод проявляє певну гнучкість. Наприклад, якщо значення порогу суттєвості коаліції β покласти рівним значенню ваги керівника, який несе найбільшу чи навіть всю відповідальність за прийняте рішення, то таким чином можна гарантувати, що його оцінки будуть враховані при розв'язанні задачі, навіть якщо він не вступить ні з ким у коаліцію, а фактично утворить окрему одноосібну коаліцію, що є цілком доцільним за таких умов.

Необхідно зазначити, що в деяких конкретних практичних задачах розподілу ресурсів може бути доцільним проводити аналіз оцінок ОПР окремо для кожного проекту, тобто проводити кластерізацію та видалення несуттєвих оцінок для кожного проекту окремо. У такому випадку в процедурі кластеризації нечітке відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right)$ (9.37) буде розраховуватись не для векторних, а скалярних оцінок, тобто прийме вигляд (9.19). Формування нової групи ОПР за (9.41) необхідно буде пропустити, а процедуру добору суттєвих оцінок необхідно буде виконувати для кожного проекту окремо. Також, в залежності від певних умов задачі кластерізацію можна виконувати не лише за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності, а за будь-яким придатним правилом, наприклад, за допомогою розглянутих коефіцієнту конкордації Кендала або коефіцієнту рангової кореляції Спірмена. У такому разі коефіцієнт кластеризації α буде порогом для значень обраного показника кореляції. Однак, може виникнути необхідність вирішення неоднозначності об'єднання ОПР у коаліції за умов відсутності властивості транзитивності у правила кластеризації.

Агрегування оцінок всіх ОПР

Процедура агрегування оцінок проектів за всіма ОПР полягає у знаходженні остаточної агрегованої оцінки кожного проекту P_i – ступеню привабливості A_i, де $i = \overline{1,n}$. Це здійснюється на основі узагальнених за критеріями оцінок A_{it}^D (від кожної ОПР D_t, $t = \overline{1,d}$) кожного проекту P_i та вагових коефіцієнтів V_t^{norm} ОПР, де $i = \overline{1,n}$,

$t = \overline{1, d}$. Загальнопоширеним методом розрахунку таких зважених агрегованих оцінок є зважена сума [2, 31]:

$$A_i = \frac{\sum_{t=1}^{d} V_t^{norm} \cdot A_{it}^D}{\sum_{t=1}^{d} V_t^{norm}}. \qquad (9.45)$$

Оскільки вагові коефіцієнти ОПР V_t^{norm} нормовані, то (9.45) буде виглядати як лінійна комбінація:

$$A_i = \sum_{t=1}^{d} V_t^{norm} \cdot A_{it}^D. \qquad (9.46)$$

В загальному випадку узагальнені за критеріями оцінки ОПР A_{it}^D можуть представляти фактичне розділення думок ОПР на конкурентні групи, які є дещо розбіжними у поглядах, то результат застосування методу (9.45), (9.46) для всього набору оцінок, в якому припускається повна погодженість думок ОПР, може не відображати реальну ситуацію наявності несхожих міркувань та формування угруповань ОПР, і тому може спричиняти спотворення значення спільної, компромісної для всіх ОПР, оцінки проекту [2, 31, 36].

Розглянемо метод агрегування оцінок *за міжгруповим консенсусом* [30]. Він полягає у визначенні угруповань оцінок ОПР для кожного проекту, знаходженні спільних оцінок для кожної групи, і у подальшому агрегуванні значень цих спільних групових [28].

Визначення угруповань здійснюється для оцінок ОПР D_t, $t = \overline{1, d}$ окремо для кожного проекту P_i, $i = \overline{1, n}$ за допомогою процедури кластеризації аналогічної до процедур у запропонованих вище методі побудови наметоподібних ФН (9.17) і методі аналізу погодженості оцінок ОПР (9.36). Після проведення кластеризації для кожного з утворених r кластерів G_j, $j = \overline{1, r}$ визначається значення спільної групової оцінки A_{ij}^G. Спосіб, у який здійснюється її визначення, вибирається при розв'язанні конкретної задачі в залежності від логіко-смислового значення такої групової оцінки. Поширеним і часто обґрунтованим є визначення медіани кластеру в якості спільної групової оцінки [22].

Медіана M_{ij}^{G} кластера G_j – це значення оцінки, яка найменш віддалена від інших оцінок в кластері G_j за відношенням еквівалентності R^T (9.18):

$$A_{ij}^{G} = M_{ij}^{G} = \arg\min_{t_1 | A_{it_1}^{D} \in G_j} \left(\sum_{t_2 | A_{it_2}^{D} \in G_j} R^T \left(A_{it_1}^{D}, A_{it_2}^{D} \right) \right). \qquad (9.47)$$

Проте, оскільки значення оцінок, що утворюють деякий кластер, характеризують схожі думки, то для визначення спільної групової оцінки доцільно застосувати зважену суму оцінок (9.45). Для кластеру G_j визначення агрегованої спільної оцінки A_{ij}^{G} виглядає так:

$$A_{ij}^{G} = \frac{\sum\limits_{t | A_{it}^{D} \in G_j} V_t^{norm} \cdot A_{it}^{D}}{\sum\limits_{t | A_{it}^{D} \in G_j} V_t^{norm}}. \qquad (9.48)$$

Для кожного кластеру G_j, $j = \overline{1, r}$ визначається його вага W_j^G, тобто вага його агрегованої спільної оцінки A_{ij}^{G}, як сума вагових коефіцієнтів ОПР, оцінки яких утворюють цей кластер:

$$W_j^G = \sum_{t | A_{it}^{D} \in G_j} V_t^{norm}. \qquad (9.49)$$

Таким чином утворюється набір $\mathrm{A}_i^G = \left\{ \left(A_{ij}^{G}, W_j^G \right) \right\}$, $j = \overline{1, r}$, який складається з пар агрегованих спільних оцінок кластерів A_{ij}^{G} та відповідних їм вагових коефіцієнтів W_j^G. За цим набором визначається загальна агрегована оцінка проекту P_i, яка буде компромісною для сформованих кластерів-груп оцінок. Для цього за даним набором A_i^G будується нечітка множина $\widetilde{A}_i$. Ключовими точками такої нечіткої множини будуть значення агрегованих спільних оцінок A_{ij}^{G}, а ступенями належності цих ключових точок будуть відповідні значення вагових коефіцієнтів W_j^G. ФН $f_{\widetilde{A}_i}(x)$ нечіткої множини $\widetilde{A}_i$ утворюється за допомогою сплайн-інтерполяції за значеннями ступенів належності ключових точок. Через відсутність можливості зробити будь-які припущення з наявних даних щодо вигляду ФН нечіткої множини $\widetilde{A}_i$, побудованої у такий спосіб, доцільним постає використання лінійної сплайн-інтерполяції. Тобто ФН $f_{\widetilde{A}_i}(x)$, $x \in \left[A_{i1}^G, A_{ir}^G\right]$ нечіткої множини $\widetilde{A}_i$ буде складатись з лінійних відрізків, кількість яких складає $r-1$, та які з'єднують значення ступенів належності сусідніх ключових точок, та мати такий вигляд:

$$f_{\widetilde{A}_i}(x)=\begin{cases}\dfrac{\left(x-A_{i1}^G\right)\left(W_2^G-W_1^G\right)}{A_{i2}^G-A_{i1}^G}+W_1^G, & \text{якщо} \quad A_{i1}^G \le x < A_{i2}^G; \\ \dots & \\ \dfrac{\left(x-A_{ij}^G\right)\left(W_{j+1}^G-W_j^G\right)}{A_{i\,j+1}^G-A_{ij}^G}+W_j^G, & \text{якщо} \quad A_{ij}^G \le x < A_{i\,j+1}^G; \\ \dots & \\ \dfrac{\left(x-A_{i\,r-1}^G\right)\left(W_r^G-W_{r-1}^G\right)}{A_{ir}^G-A_{i\,r-1}^G}+W_{r-1}^G, & \text{якщо} \quad A_{i\,r-1}^G \le x \le A_{ir}^G.\end{cases} \qquad (9.50)$$

Приклад графічного зображення ФН нечіткої множини $\widetilde{A}_i$ наведено на рис. 9.21.

Далі за допомогою застосування до нечіткої множини $\widetilde{A}_i$ методу дефазифікації, який обирається в залежності від конкретної задачі, знаходиться чітке значення A_i, що і приймається за шукане агреговане значення. Найбільш придатним і зручним постає центроїдний метод (9.5), за яким визначення A_i виглядає таким чином:

$$A_i=\frac{\int_{A_{i1}^G}^{A_{ir}^G} x f_{\widetilde{A}_i}(x)dx}{\int_{A_{i1}^G}^{A_{ir}^G} f_{\widetilde{A}_i}(x)dx}. \qquad (9.51)$$

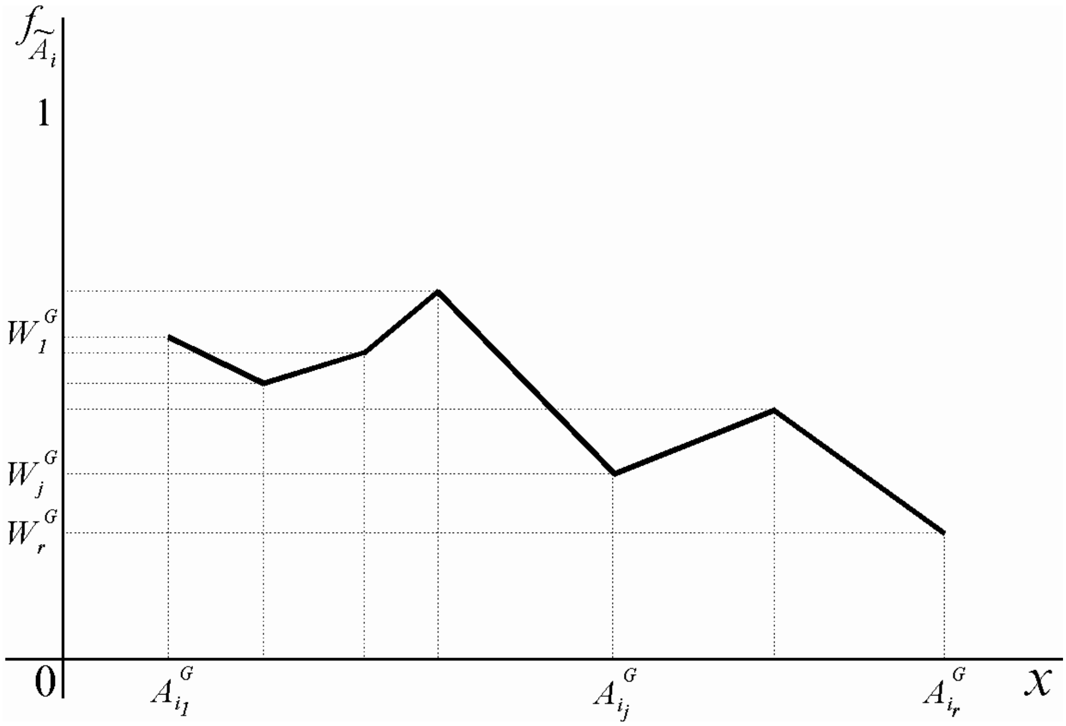


Рис. 9.21. Приклад вигляду графіку ФН нечіткої множини $\widetilde{A}_i$

Отже, підсумуємо запропонований метод агрегування оцінок для проекту P_i, $i=\overline{1,n}$ за міжгруповим консенсусом у такому алгоритмі:

1. Множина узагальнених оцінок проекту P_i від ОПР D_t, $t=\overline{1,d}$ упорядковується за зростанням в набір $\mathrm{A}_i^D=\left\{A_{it}^D\right\}$, $t=\overline{1,d}$.

2. На множині A_i^D визначається нечітке відношення близькості $R\left(A_{it_1}^D, A_{it_2}^D\right)$, $\forall\, A_{it_1}^D, A_{it_2}^D \in \mathrm{A}_i^D$ за (9.47).

3. На A_i^D визначається нечітке відношення еквівалентності $R^T\left(A_{it_1}^D, A_{it_2}^D\right)$, $\forall\, A_{it_1}^D, A_{it_2}^D \in \mathrm{A}_i^D$ за (9.18) як $\max - \min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості R.

4. Задається значення граничного коефіцієнту відношення еквівалентності α –коефіцієнту кластеризації, та потім за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності $R^T\left(A_{it_1}^D, A_{it_2}^D\right)$ за (9.17) та (9.36) множина узагальнених оцінок A_i^D проекту P_i поділяється на r кластерів G_j, $j=\overline{1,r}$.

5. Для кожного кластеру G_j, $j=\overline{1,r}$ за (9.48) визначається його агрегована спільна оцінка A_{ij}^G.

6. Для кожного кластеру G_j, $j=\overline{1,r}$ за (9.49) визначається його вага W_j^G.

7. За значеннями, що визначені у п.5,6, утворюється набір $\mathrm{A}_i^G = \left\{\left(A_{ij}^G, W_j^G\right)\right\}$, $j=\overline{1,r}$.

8. За набором A_i^G будується нечітка множина $\widetilde{A}_i$, ФН якої $f_{\widetilde{A}_i}(x)$, $x \in \left[A_{i1}^G, A_{ir}^G\right]$ визначається за (9.50).

9. За допомогою дефазифікації нечіткої множини $\widetilde{A}_i$ за (9.51) знаходиться чітке значення A_i – агрегована оцінка проекту P_i.

В окремих задачах розподілу ресурсів може виявитись доцільним визначення вагових коефіцієнтів W_j^G кластеру G_j, $j=\overline{1,r}$ не лише за значеннями вагових коефіцієнтів ОПР V_t^{norm}, оцінки яких утворюють кластер, але й з урахуванням потужності кластеру – кількості оцінок $N(G_j)$, що входять до складу даного кластеру. Наприклад, у такому випадку (9.49) може перетворитись на такий вираз:

$$W_j^G = \sum_{t \mid A_{it}^D \in G_j} V_t^{norm} \frac{N(G_j)}{d}, \qquad \text{де } N(G_j) = \sum_{t \mid A_{it}^D \in G_j} 1 . \qquad (9.52)$$

Даний метод дозволяє варіювати коефіцієнтом кластеризації, методом визначення ваг кластерів оцінок, методом дефазифікації в залежності від конкретної задачі, та надає можливість більш тонко виявляти вплив розподілення між угрупованнями міркувань ОПР в задачі розподілу ресурсів.

9.5 Процедури вибору варіантів

Етап вибору проектів є заключним в процесі розв'язання задачі розподілу ресурсів. Процедура вибору проектів для виділення їм ресурсів, що розподіляються, полягає у доборі тих проектів, які максимізують ефективність використання ресурсів та задовольняють ресурсному обмеженню B. Ефективість виділення ресурсів для проекту P_i характеризується ступенем його привабливості A_i. Ресурсне обмеження B є максимальним обсягом ресурсів, що запланований для виділення проектам. В реальних практичних задачах загальний обсяг ресурсів найчастіше менший ніж сумарна потреба проектів в ресурсах. Таким чином, процедура вибору проектів постає розв’язанням однокритеріальної задачі вибору, яка може бути сформульована як задача булевого програмування.

Є множина запропонованих проектів $\mathrm{P}=\{P_i\}$ $(i=\overline{1,n})$, множина потреб проектів в ресурсах $\mathrm{b}=\{b_i\}$, множина визначених ступенів привабливості проектів $\mathrm{A}=\{A_i\}$, які відповідають індивідуальним перевагам ОПР, задано ресурсне обмеження B. Необхідно вибрати проекти, що максимізують сумарну привабливість та задовольняють ресурсному обмеженню.

Для кожного проекту P_i задається змінна x_i, яка може приймати значення 0 або 1, в залежності від обрання проекту для виділення йому ресурсів:

$$x_i=\begin{cases}0, & \text{якщо проект } P_i \text{ } \textit{не обирається;}\\ 1, & \text{якщо проект } P_i \text{ } \textit{обирається.}\end{cases}$$

Задача булевого програмування формулюється таким чином:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i x_i \to \max, \qquad (9.53)$$

$$\text{за обмеження } \sum_{i=1}^{n} b_i x_i \le \mathrm{B},\ x_i \in \{0,1\}.$$

Задача (9.53) може бути вирішена будь-яким методом цілочисельного програмування дослідження операцій. Для задач великої вимірності рекомендується застосування евристичних підходів, зокрема, генетичних алгоритмів пошуку рішення.

Необхідно зазначити, що на практиці часто постає задача виділення ресурсів усім наявним проектам з ресурсним обмеженням [6, 27]. Наприклад, на державному рівні такою задачею є розподілення фінансових ресурсів між всіма статтями видатків бюджету певної установи між її статтями витрат. У такому разі виділення ресурсів для проектів пропонується здійснювати пропорційно до значень їх ступенів привабливості. Значення обсягу ресурсів I_i, що виділяються проекту P_i, може бути розраховано таким чином:

$$I_i = \mathrm{B} \cdot \frac{A_i}{\sum_{ii=1}^{n} A_{ii}}, \; I_i \le b_i, \; i = \overline{1, n}. \tag{9.54}$$

В деяких практичних задачах розподілу ресурсів, зокрема, інвестиційних задаються бажані потреби кожного проекту у фінансуванні та обмеження на мінімальні допустимі рівні фінансування проектів [6, 27].

В інших практичних задачах розподілу інвестицій запропоновані інвестиційні проекти можуть бути поділені на групи за їх приналежністю до певних галузей, за їх пріоритетністю, тощо, та накладені обмеження по кількості фінансованих проектів з тієї чи іншої галузі, тощо [6, 27]. У будь-якому разі розглянутий підхід до розподілу ресурсів та вибору варіантів є практично застосовним для вирішення такої задачі розподілу інвестицій. В залежності від конкретних умов задачі розподілу ресурсів та обмежень R змінам піддається лише постановка остаточної задачі (9.53) на останньому етапі методу – етапі вибору проектів. Оскільки така задача (9.53) є чіткою задачею однокритеріального вибору, то її практичне розв'язання без ускладнень може бути здійснене за допомогою відомих методів дослідження операцій, евристичних підходів тощо.

Приклад застосування процедури вибору проектів в задачі розподілу ресурсів. Розглянемо застосування процедури вибору проектів на прикладі задачі розподілу інвестиційних ресурсів. В табл. 9.1 наведені дані про потреби проектів P_i в інвестиційних ресурсах b_i в тис. гривень та ступені привабливості проектів A_i за десятибальною шкалою. Бюджет фінансування B становить 5 млн. гривень.

Для розподілу існуючого бюджету 5 млн. грн необхідно розв'язати таку задачу за (9.53):

$$7x_1 + 4x_2 + 6{,}2x_3 + 6x_4 + 9{,}4x_5 + 3x_6 + \\ + 6{,}3x_7 + 5{,}84x_8 + 3{,}5x_9 + 7{,}2x_{10} \to \max,$$

при обмеженнях

$$\begin{cases} 500x_1 + 940x_2 + 620x_3 + 570x_4 + 300x_5 + 800x_6 + \\ + 256x_7 + 752{,}2x_8 + 1300x_9 + 480x_{10} \le 5000; \\ x_i \in \{0{,}1\}. \end{cases}$$

При цьому $x_i = \begin{cases} 0, & \text{якщо проект } P_i \textit{ не обирається;} \\ 1, & \text{якщо проект } P_i \textit{ обирається.} \end{cases}$

Таблиця 9.1

Дані про проекти прикладу

Проект P_i	Потреби у фінансуванні b_i, тис. грн	Ступінь привабливості A_i
P_1	500	7
P_2	940	4
P_3	620	6,2
P_4	570	6
P_5	300	9,4
P_6	800	3
P_7	256	6,3
P_8	752,2	5,84
P_9	1300	3,5
P_{10}	480	7,2

Розв'язок даної задачі показує, що при інвестуванні восьми з десяти запропонованих проектів на суму **4418,2** тис. грн на погляд ОПР буде досягнута максимальна ефективність **51,94**, що визначається як сумарна ступінь привабливості обраних проектів. Розв'язок задачі представлено у табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Розв’язок задачі вибору проектів

Проект P_i	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
x_i	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1

Для задачі розподілу всього наявного бюджету серед усіх проектів розв’язок за (9.54) наведено у табл. 9.3. Як видно, лише три проекти з найменшою привабливістю недоотримають повне фінансування.

Таблиця 9.3

Рішення задачі розподілу всього бюджету

Проект P_i	Потреби у фінансуванні b_i, тис. грн	Фінансування I_i, тис. грн
P_1	500	500
P_2	940	**579,73**
P_3	620	620
P_4	570	570
P_5	300	300
P_6	800	**434,80**
P_7	256	256
P_8	752,2	752,2
P_9	1300	**507,27**
P_{10}	480	480

9.6. Приклад побудови СППР для розподілу обмежених ресурсів

Розглянемо структуру інформаційної системи підтримки прийняття рішень при розподілі ресурсів на основі методів експертних оцінок, що складається з чотирьох основних підсистем і передбачає модульно-блочну побудову (рис. 9.22) [26].

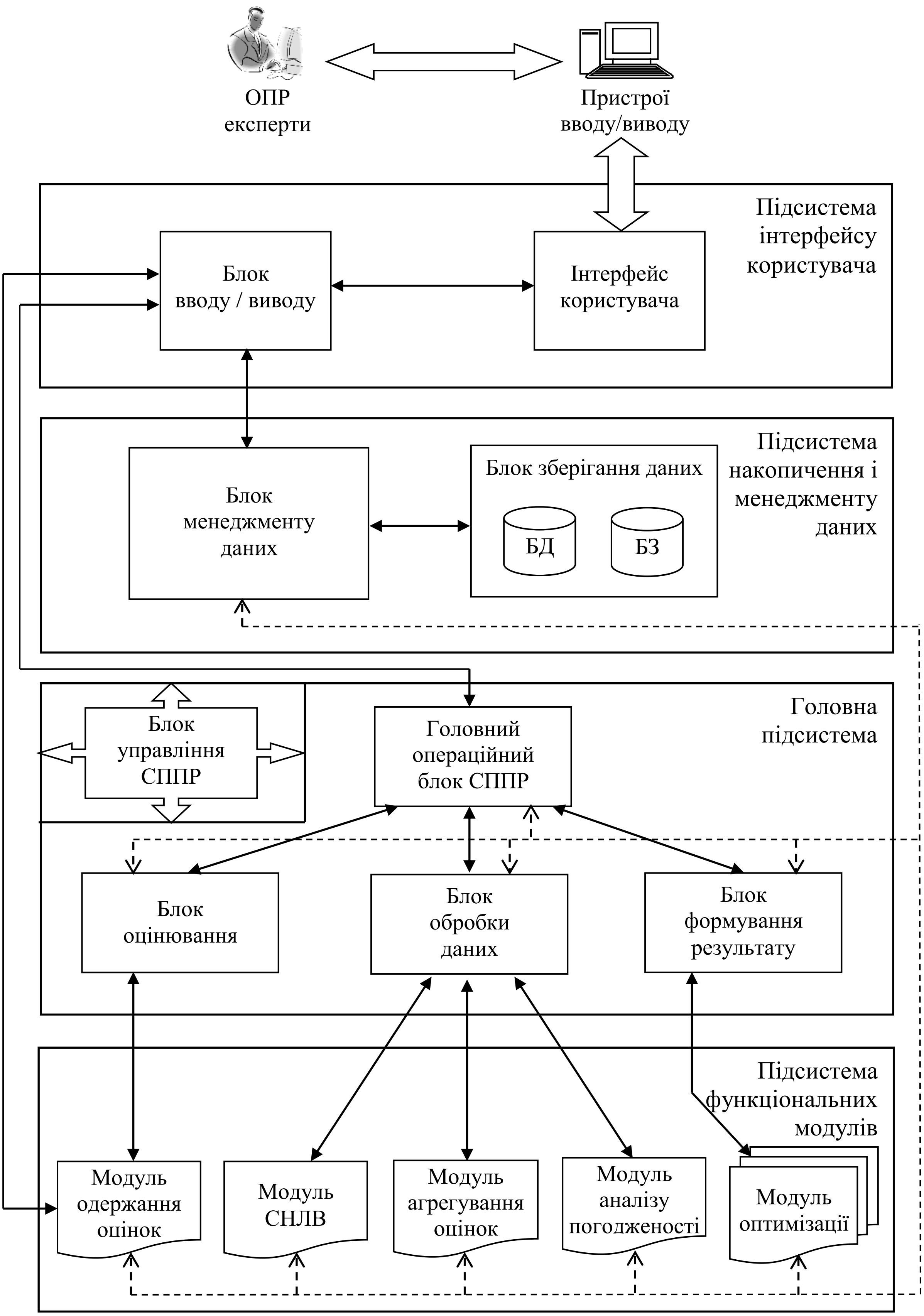


Рис. 9.22. Структура СППР для задачі розподілу ресурсів і вибору варіантів

Підсистема інтерфейсу користувача призначена для здійснення зв'язку між користувачами СППР та внутрішніми елементами системи і забезпечує ввід та вивід інформації для ОПР і експертів, а також надає доступ до зовнішніх запам'ятовуючих пристроїв ПЕОМ. Інтерфейс дозволяє операторові вводити інформацію, дані, команди, параметри й запити в систему та одержувати вихідну інформацію в зручному для сприйняття виглядіПідсистема накопичення і менеджменту даних забезпечує доступ до даних та знань СППР. Наявність Блоку менеджера даних надає можливість побудувати систему, незалежну від архітектури зберігання даних та дозволяє здійснювати ефективний уніфікований обмін даними між всіма структурними елементами СППР.

Така організація зберігання і одержання даних забезпечує можливість вибрати оптимальну систему управління даними для певної практичної задачі та знімає необхідність майбутнього структурного перетворення СППР при впровадженні нових, більш сучасних БД і БЗ.

Головна підсистема СППР через Головний операційний блок забезпечує реалізацію процесу аналізу і розв'язання задачі у відповідності із загальною структурою системної методології розподілу ресурсів і вибору варіантів (рис. 9.22). При цьому для здійснення певних процедур підключаються і застосовуються відповідні модулі, що входять до складу Підсистеми функціональних модулів. Такі модулі призначені для імплементації розроблених методів і підходів, що застосовуються в системній методології, та передбачають можливість подальшого системній методології, та передбачають можливість подальшого вдосконалення і розвитку без необхідності коригування інших елементів СППР. Необхідно зазначити, що в певних ситуаціях може виявитись доцільним розробити декілька модулів одного виду на основі різноманітних методів і вибирати один з них в залежності від конкретної задачі.

Головна підсистема СППР також містить службовий Блок управління СППР, який відповідає за режими і настройки функціонування СППР та забезпечує моніторинг і завдавання параметрів для всіх підсистем і блоків СППР.

Представлена архітектура СППР легко модифікується до розв'язання задач інших класів, формування нових функцій інтерфейсу (адаптації до користувача), розширення множини функцій обчислювального та логічного характеру, а також можливостей застосування альтернативних методів обробки даних і прийняття рішень.

Розглянемо приклад застосування розробленої СППР для розподілу наявного бюджету B між основними напрямами фінансування галузі охорони здоров'я України. Наявний бюджет складає 3 млрд грн. Є 9 проектів – альтернативних варіантів статей фінансування – P_i, $i = \overline{1,9}$, які представлені в таблиці 9.4.

Таблиця 9.4

Альтернативи P_i для фінансування

P_i	**Стаття фінансування**
P_1	Соціальні програми для медперсоналу (в т.ч., забезпечення житлом, заохочення до праці в сільській місцевості, соціальний захист лікарів та медперсоналу тощо).
P_2	Ремонт старого існуючого обладнання та спеціальної медичної техніки.
P_3	Вітчизняне виробництво нового обладнання та спеціальної медичної техніки.
P_4	Закупка нового обладнання та спеціальної медичної техніки за кордоном.
P_5	Фінансування вітчизняних проектів наукових досліджень за біологічними, медичними та ветеринарними напрямами.
P_6	Фінансування установ середньої та вищої медичної освіти.
P_7	Перепідготовка та вдосконалення наявних медичних кадрів (у т.ч., стажування за кордоном).
P_8	Фінансування спеціальних оздоровчих програм та заходів (у т.ч., фінансування розвитку системи медичного страхування).
P_9	Розвиток матеріальної бази та інфраструктури системи охорони здоров'я (в т.ч., будування сучасних клінік, забезпечення доступу до світових медичних інформаційних ресурсів).

До розв'язання задачі залучена група D з 13 експертів-ОПР D_t, $t = \overline{1,13}$. Задані та нормовані відносні вагові коефіцієнти експертів V_t наведені в таблиці 9.5.

Таблиця 9.5

Вагові коефіцієнти експертів V_t

Експерт-ОПР D_t	Ваговий коефіцієнт V_t
D_1	0,105263
D_2	0,105263
D_3	0,105263
D_4	0,105263
D_5	0,105263
D_6	0,094737
D_7	0,094737
D_8	0,094737
D_9	0,094737
D_{10}	0,031578
D_{11}	0,021053
D_{12}	0,021053
D_{13}	0,021053

Для оцінювання та розподілу ресурсів між альтернативами експертами було запропоновано 20 критеріїв C_l оцінювання і вибору проектів, які складають ієрархічну структуру $\mathrm{C} = \{C_l\}$, $l = \overline{1,20}$. (рис. 9.23)

Критерії C_3, C_5, C_{10} є проміжними узагальненими критеріями, а критерій C_1 постає остаточним узагальненим критерієм добору альтернатив – ступінь привабливості проекту. Така структура критеріїв полегшує роботу експертів з контролю та корегування правил логічного висновку, при чому не призводить до погіршення якості результату.

Фактично кожна ОПР буде надавати оцінки альтернативам лише за 16 критеріями, такими, що не є агрегованими. Крім того, кожна ОПР D_t, $t = \overline{1,13}$ задає свої індивідуальні вагові коефіцієнти для критеріїв оцінювання проектів W_{lt}, $l \in \{2,4,6,7,8,9,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$. Вагові коефіцієнти агрегованих критеріїв C_3, C_5, C_{10} визначаються сумою ваг їх складових критеріїв.

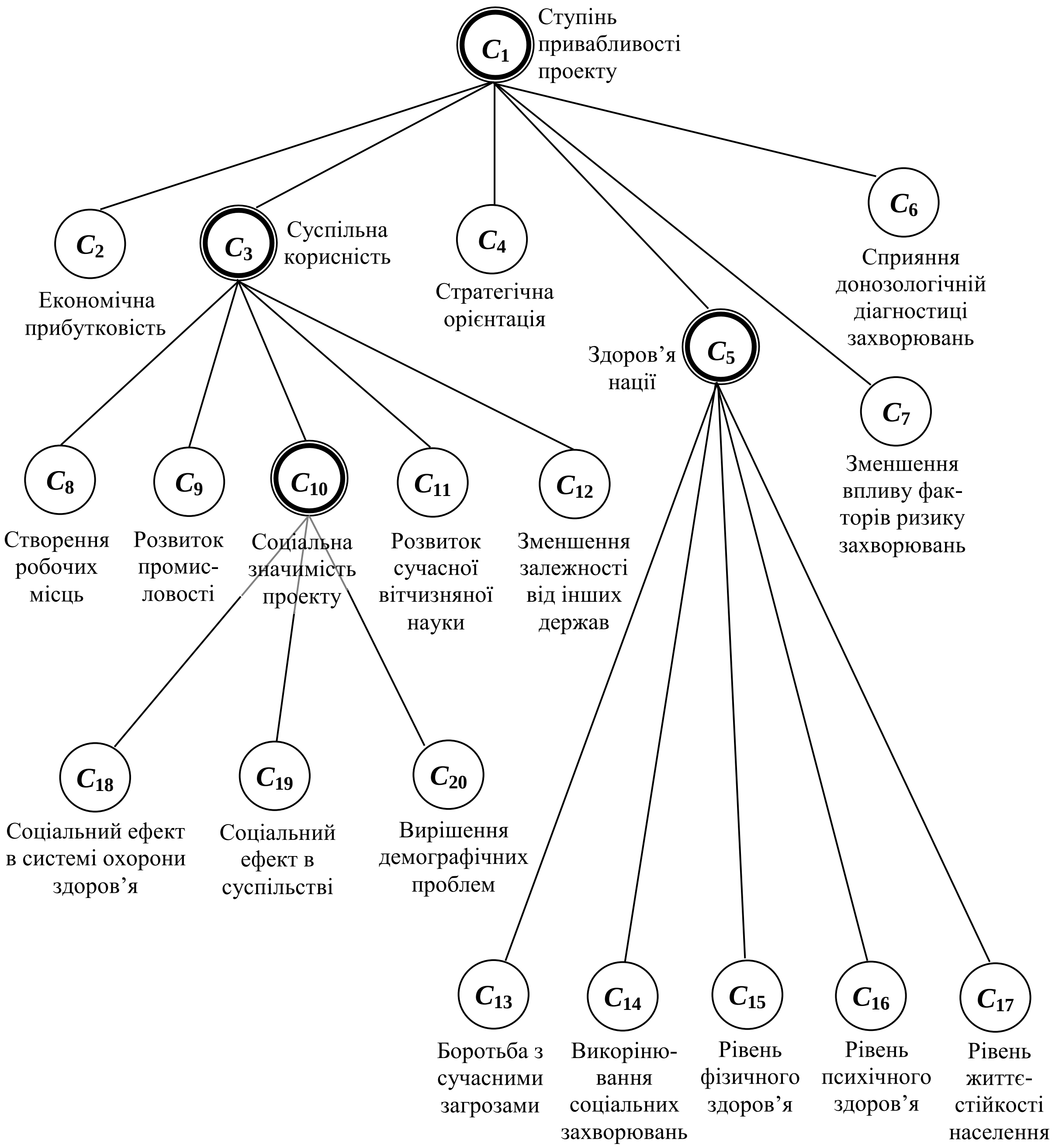


Рис. 9.23. Ієрархічна структура критеріїв оцінювання альтернатив

У відповідності до запропонованої експертами структури критеріїв для визначення ступеня привабливості проектів необхідно створити та застосувати чотири системи нечіткого логічного висновку – для визначення значень за кожним агрегованим критерієм C_1, C_3, C_5, C_{10}. Кількість градацій лінгвістичної змінної для кожного вхідного значення СНЛВ покладено 5 (схематично зображено на рис. 9.24), а кількість градацій лінгвістичної змінної для вихідного значення СНЛВ прийнято 7 (схематично зображено на рис. 9.25).

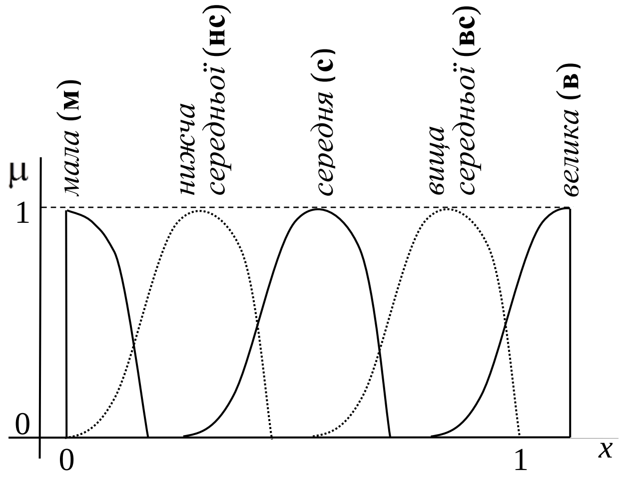


Рис. 9.24. Нечіткі множини значень вхідних лінгвістичних змінних СНЛВ

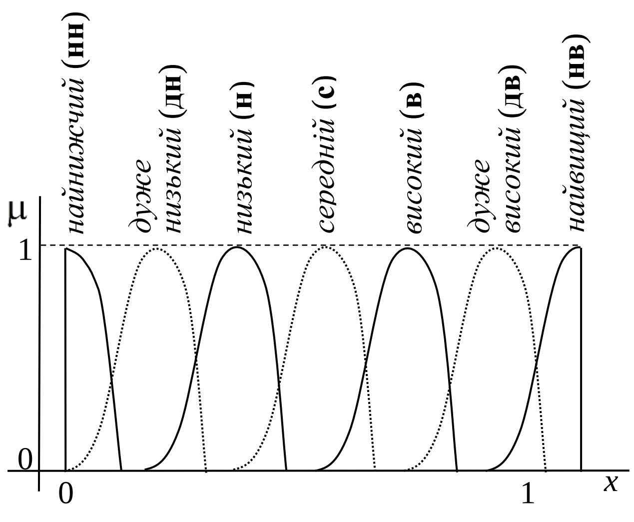


Рис. 9.25. Нечіткі множини значень вихідної лінгвістичної змінної СНЛВ

В результаті критеріального оцінювання проектів, аналізу погодженості експертних оцінок та їх агрегації отримані значення ступенів привабливості A_i для всіх проектів P_i, $i=\overline{1,9}$ (табл. 9.6). Відповідно до значень ступенів привабливості проектів до фінансування, враховуючи наявне бюджетне обмеження В та приймаючи до уваги необхідність фінансування всіх статей (проектів), за пропорційним принципом розрахуємо відносні та абсолютні обсяги B_i фінансування кожного проекту за (9.54):

$$B_i = \text{В} \cdot A_i \Big/ \sum_{ii=1}^{9} A_{ii} \,,\; i = \overline{1,9} \,.$$

Таблиця 9.6

Значення обсягів виділення ресурсів для альтернатив P_i

Проект P_i	Ступінь привабливості A_i	Фінансування, %	Фінансування B_i, млн грн
P_1	0,410674	10,0	300,0
P_2	0,412623	10,4	312,0
P_3	0,478933	12,1	363,0
P_4	0,431399	10,9	327,0
P_5	0,364861	9,25	277,5
P_6	0,451492	11,4	342,0
P_7	0,531856	13,4	402,0
P_8	0,367292	9,35	280,5
P_9	0,524367	13,2	396,0

Контрольні задачі і запитання

1. Вкажіть склад та послідовність етапів застосування методів експертних оцінок.
2. Опишіть структуру методології розв’язання задач розподілу ресурсів і задач вибору.
3. Доведіть необхідність ієрархічної структуризації критеріїв оцінювання.
4. Поясніть особливості узагальнення критеріальних оцінок.
5. Розкрийте зміст етапу зведення багатокритеріальної задачі прийняття рішення до однокритераільної.
6. Дайте означення таким поняттям: нечітка множина, функція належності, лінгвістична змінна. Вкажіть зв’язок між ними.
7. Наведіть основні види функцій належності, охарактеризуйте їх.
8. У чому полягають переваги трикутних функцій належності?
9. Опишіть роботу і застосування системи нечіткого логічного висновку.
10. Сформулюйте зміст процедур аналізу погодженості оцінок.

11. Наведіть структуру СППР для задач розподілу ресурсів і задач вибору на основі методів експертних оцінок.