Краткий курс по методам математической статистики

КРАТКИЙ КУРС «Методы математической статистики» - позволяет на основе базовых знаний о статистических методах правильно подойти к выбору необходимой методики для обработки данных. Ведь правильно выбранная статистическая методика – это 80% успеха Вашей работы.

Данный КРАТКИЙ КУРС посвящен Вам, студенты и аспиранты, которые столкнулись с проблемой статистической обработки своих экспериментальных данных, но не имеющих представление какими методами пользоваться, с чего начать, а иногда и задающимися вопросом: «А что это такое? И зачем мне это нужно?».

Вы вероятно в данный момент не поверите мне, но статистическая обработка данных очень интересное и увлекательное занятие. Правда, при одном условии – статистика без страшно утомительных ФОРМУЛ!

Имея огромный опыт работы со студентами и аспирантами, прекрасно знаю, в чем они нуждаются. А большинство учебников, курсов и сайтов с материалами по статистике содержат только материал какие формулы необходимы для вычисления того или иного статистического метода.

В данном курсе Вы не найдете **ни одной формулы**, так как я прекрасно понимаю, что Вам нужно лишь объяснение сути методов, без огромного количества формул, которые могут запутать и сбить с толку.

Глава 1: Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.
Шкалы измерений.
Генеральная совокупность и выборка.
Нормальное распределение. Уровень статистической достоверности.
Свойства описательных статистик (Часть 1).
Свойства описательных статистик (Часть 2).
Меры изменчивости.

Глава 2: Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.
Коэффициент корреляции. Частная корреляция.
Коэффициент корреляции Пирсона, Спирмена и Кендалла.
Параметрические методы сравнения данных.
Непараметрические методы сравнения для независимых выборок.
Непараметрические методы сравнения для зависимых выборок.
Методы сравнения номинальных данных.

Глава 3: Методы проверки статистических гипотез. Дисперсионный и регрессионный анализы.
Дисперсионный анализ (Часть 1).
Дисперсионный анализ (Часть 2).
Дисперсионный анализ (Часть 3).
Регрессионный анализ. Простая линейная регрессия.
Регрессионный анализ. Множественная линейная регрессия.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Темы курса:

Шкалы измерений. стр. 3
Генеральная совокупность и выборка. стр. 5
Нормальное распределение. Уровень статистической достоверности. стр. 7
Свойства описательных статистик (Часть 1) стр. 11
Свойства описательных статистик (Часть 2) стр. 13
Меры изменчивости. стр. 15
Коэффициент корреляции. Частная корреляция. стр. 17
Коэффициент корреляции Пирсона, Спирмена и Кендалла стр. 19
Параметрические методы сравнения данных стр. 22
Непараметрические методы сравнения для независимых выборок. стр. 24
Непараметрические методы сравнения для зависимых выборок. стр. 27
Методы сравнения номинальных данных. стр. 29
Дисперсионный анализ (Часть 1). стр. 32
Дисперсионный анализ (Часть 2). стр. 34
Дисперсионный анализ (Часть 3). стр. 36
Регрессионный анализ. Простая линейная регрессия. стр. 38
Регрессионный анализ. Множественная линейная регрессия. стр. 40

Тема 1. Шкалы измерений

Глава 1. Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.

Первый шаг на пути к успешной обработке данных, - это выяснить, в какой же, все-таки, шкале измерены ваши данные и подчиняются ли они закону нормального распределения. От этого зависит то, какими методами Вы будете обрабатывать данные, а значит, зависит верность ваших результатов и выводов. К тому же, Вы будете точно знать ответ на вопрос преподавателей: "Почему Вы выбрали в качестве метода именно этот анализ?".

Так же как нельзя съесть апельсин, не очистив его от кожуры, так и здесь, нельзя начать изучать статистические методы, не зная самых главных основ статистики.
В этом и будут заключаться первые несколько тем этого курса – знакомство с различными шкалами измерения, нормальным распределением и выборкой.

Обычно используют следующие типы шкал измерений: **номинальная** (названий или категорий), **порядковая** (ординальная), **интервальная и относительная** (шкала отношения или абсолютная шкала). Соответственно имеются четыре типа переменных: номинальная, порядковая (ординальная), интервальная, относительная (абсолютная).

1) **Номинальные переменные** используются только для качественной классификации. Это означает, что данные переменные могут быть измерены только в терминах принадлежности к некоторым существенно различным классам, при этом вы не сможете определить количество или упорядочить эти классы. Часто номинальные переменные называются категориальными.
ПРИМЕРОМ номинальных переменных являются фирма-производитель, тип товара, признак (болен - здоров) и т. д.

2) **Порядковые переменные** позволяют ранжировать (упорядочить) объекты, если указано, какие из них в большей или меньшей степени обладают качеством, выраженным данной переменной. Однако они не позволяют определить «на сколько больше» или «на сколько меньше» данного качества содержится в переменной. Порядковые переменные иногда также называют ординальными.
ПРИМЕР 1 - социоэкономический статус семьи. Мы понимаем, что верхний средний уровень выше среднего уровня, однако сказать, что разница между ними равна, допустим, 18%, мы не можем. Само расположение шкал в порядке возрастания их информативности - номинальная, порядковая, интервальная - является хорошим примером порядковой переменной.
ПРИМЕР 2 - интенсивность использования определенного цвета в картине художника.

Категориальные и порядковые переменные особенно часто возникают при анкетировании, т.к. естественно отражают характер мышления человека. Например, измерение интенсивности посещение ресторанов можно проводить в следующей шкале: не посещаю, посещаю редко, посещаю, посещаю часто.

Категориальные и порядковые шкалы часто используются для описания качественных признаков.

3) **Интервальные переменные** позволяют не только упорядочивать объекты измерения, но и численно выражать и сравнивать различия между ними. Такого рода переменные часто возникают в естественных науках, при снятии показателей с физических приборов, в медицине и т. д.
ПРИМЕР - температура, измеренная в градусах Фаренгейта или Цельсия, образует интервальную шкалу. Вы можете не только сказать, что температура 40 градусов выше, чем температура 30 градусов, но и то, что увеличение температуры с 20 до 40 градусов вдвое больше увеличения температуры от 30 до 40 градусов.

4) **Относительные переменные** очень похожи на интервальные переменные. Их характерной чертой является наличие определенной точки абсолютного нуля, таким образом, для этих переменных являются обоснованными утверждения типа: X в два раза больше, чем Y.
ПРИМЕР - температура по Кельвину образует шкалу отношения, и вы можете не только утверждать, что температура 200 градусов выше, чем 100 градусов, но и то, что она вдвое выше. Интервальные шкалы (например, шкала Цельсия) не обладают данным свойством шкалы отношения. Однако в большинстве статистических процедур не делается тонкого различия между свойствами интервальных шкал и шкал отношения.

Перечисленные шкалы полезно характеризовать еще и по признаку их дифференцирующей способности (мощности). В этом отношении шкалы по мере возрастания мощности располагаются следующим образом: номинальная, ранговая, интервальная, абсолютная. Таким образом, неметрические шкалы заведомо менее мощные - они отражают меньше информации о различии объектов (испытуемых) по измеренному свойству, и, напротив, метрические шкалы более мощные, они лучше дифференцируют испытуемых. Поэтому, если у исследователя есть возможность выбора, следует применить более мощную шкалу.

Однако всегда можно перейти от более мощной шкалы к менее мощной. Так, непрерывные переменные можно искусственно превратить в категориальные.
Так, непрерывная переменная «рост человека в сантиметрах» может быть превращена в порядковую переменную с градациями: низкий, средний, высокий или очень низкий; низкий, средний, высокий; для размера одежды используют следующую порядковую шкалу: XS, S, M, L, XL, XXL и т. д.

Тема 2. Генеральная совокупность и выборка

Глава 1. Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.

Исследование обычно начинается с некоторого предположения, требующего проверки с привлечением фактов. Это предположение - гипотеза - формулируется в отношении связи явлений или свойств в некоторой совокупности объектов.

Для проверки подобных предположений на фактах необходимо измерить соответствующие свойства у их носителей. Но невозможно измерить тревожность у всех женщин и мужчин, как невозможно измерить агрессивность у всех подростков. Поэтому при проведении исследования ограничиваются лишь относительно небольшой группой представителей соответствующих совокупностей людей.

Генеральная совокупность - это все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза.

В первом примере такими генеральными совокупностями являются все мужчины и все женщины. Во втором - все подростки, которые смотрят телепередачи, содержащие сцены насилия. Генеральные совокупности, в отношении которых исследователь собирается сделать выводы по результатам исследования, могут быть по численности и более скромными.

Таким образом, генеральная совокупность - это хотя и не бесконечное по численности, но, как правило, недоступное для сплошного исследования множество потенциальных испытуемых.

Выборка - это ограниченная по численности группа объектов (в психологии - испытуемых, респондентов), специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств. Соответственно, изучение на выборке свойств генеральной совокупности называется выборочным исследованием. Практически все психологические исследования являются выборочными, а их выводы распространяются на генеральные совокупности.

Таким образом, после того, как сформулирована гипотеза и определены соответствующие генеральные совокупности, перед исследователем возникает проблема организации выборки. Выборка должна быть такой, чтобы была обоснована генерализация выводов выборочного исследования - обобщение, распространение их на генеральную совокупность. Основные критерии обоснованности выводов исследования - это репрезентативность выборки и статистическая достоверность (эмпирических) результатов.

Репрезентативность выборки - иными словами, ее представительность - это способность выборки представлять изучаемые явления достаточно полно - с точки зрения их изменчивости в генеральной совокупности.

Конечно, полное представление об изучаемом явлении, во всем его диапазоне и нюансах изменчивости, может дать только генеральная совокупность. Поэтому репрезентативность всегда ограничена в той мере, в какой ограничена выборка. И именно репрезентативность выборки является основным критерием при определении границ генерализации выводов исследования. Тем не менее, существуют приемы, позволяющие получить достаточную для исследователя репрезентативность выборки.
Первый и основной прием - это простой случайный (рандомизированный) отбор. Он предполагает обеспечение таких условий, чтобы каждый член генеральной совокупности имел равные с другими шансы попасть в выборку.

Второй способ обеспечения репрезентативности - это отбор по свойствам генеральной совокупности. Он предполагает предварительное определение тех качеств, которые могут влиять на изменчивость изучаемого свойства (это может быть пол, уровень дохода или образования и т.д.). Затем определяется процентное соотношение численности различающихся по этих качествам групп в генеральной совокупности и обеспечивается идентичное процентное соотношение соответствующих групп в выборке. Далее в каждую подгруппу выборки испытуемые подбираются по принципу простого случайного отбора.

Статистическая достоверность, или статистическая значимость, результатов исследования определяется при помощи методов статистического вывода, которые предъявляют определенные требования к численности, или объему выборки.

Общие рекомендации по численности выборки:
- Наибольший объем выборки необходим при разработке диагностической методики - от 200 до 1000-2500 человек.
- Если необходимо сравнивать 2 выборки, их общая численность должна быть не менее 50 человек; численность сравниваемых выборок должна быть приблизительно одинаковой.
- Если изучается взаимосвязь между какими-либо свойствами, то объем выборки должен быть не меньше 30-35 человек.
- Чем больше изменчивость изучаемого свойства, тем больше должен быть объем выборки. Поэтому изменчивость можно уменьшить, увеличивая однородность выборки, например, по полу, возрасту и т. д. При этом, естественно, уменьшаются возможности генерализации выводов.

Зависимые и независимые выборки. Обычна ситуация исследования, когда интересующее исследователя свойство изучается на двух или более выборках с целью их дальнейшего сравнения. Эти выборки могут находиться в различных соотношениях - в зависимости от процедуры их организации. Независимые выборки характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки. Напротив, зависимые выборки характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки.

В общем случае зависимые выборки предполагают попарный подбор испытуемых в сравниваемые выборки, а независимые выборки – независимый отбор испытуемых.

Следует отметить, что случаи «частично зависимых» (или «частично независимых») выборок недопустимы: это непредсказуемым образом нарушает их репрезентативность.

Тема 3. Нормальное распределение. Уровень достоверности.

Глава 1. Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.

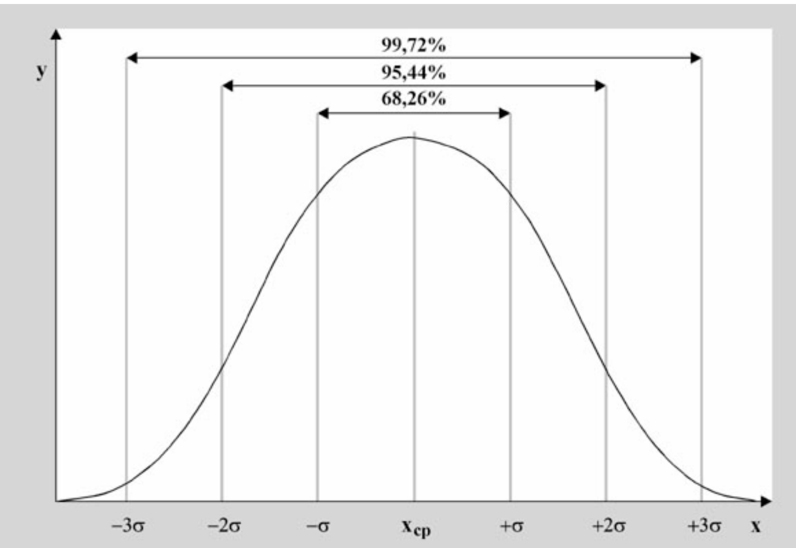
Нормальный закон распределения играет одну из наиважнейших ролей в применении и выборе статистических методов. Закон нормального распределения на графике выражается в виде кривой «колоколообразной» формы.

Каждому биологическому и психологическому свойству соответствует свое распределение в генеральной совокупности. Чаще всего оно нормальное и характеризуется своими параметрами – средним и сигмой. Так, среднее значение задает положение кривой на числовой оси, а сигма – задает ширину этой кривой и выступает как масштаб измерения.

Наиболее важным свойством кривых нормального распределения является одинаковая доля площади под кривой между одними и теми же значениями признака, выраженными в единицах стандартного отклонения.

Все многообразие нормальных распределений может быть сведено к одной кривой, если применить z-преобразование (преобразование выборки величин r (коэффициент корреляции) с тем, чтобы приблизить их к нормальному распределению) ко всем возможным измерениям свойств. Тогда каждое свойство будет иметь среднее 0 и сигму 1 – это называется ***единичным нормальным распределением***, которое используется как эталон.

Рис. 1



Площадь под кривой интерпретируется как вероятность или относительная частота.

Полезно знать, что если распределение является нормальным, то:
90% всех случаев располагается в диапазоне значений М (среднее) ± 1,64 σ (сигма);
95% всех случаев располагается в диапазоне значений М (среднее) ± 1,96 σ (сигма);
99% всех случаев располагается в диапазоне значений М (среднее) ± 2,58 σ (сигма).

Как упоминалось в самом начале письма, соответствие или несоответствие нормальности распределения влияет на выбор статистических методов обработки данных. Так, данные, соответствующие нормальному распределению обрабатываются с помощью параметрических методов, а те данные, которые не соответствуют нормальности распределения обрабатываются с помощью непараметрических методов статистики. К тому же, в каждом последующем сложном методе обработки данных существуют условия использования того или иного метода, в которые часто входит и нормальность распределения.

Существуют такие способы проверки на нормальность распределения как графический способ, критерий асимметрии и эксцесса, критерий нормальности Колмогорова-Смирнова. Последний способ проверки на нормальность распределения рассмотрен в видеокурсе по статистике «Базовый уровень».

Уровень статистической достоверности

Статистическая значимость или p-уровень значимости - основной результат проверки статистической гипотезы. Говоря техническим языком, это вероятность получения данного результата выборочного исследования при условии, что на самом деле для генеральной совокупности верна нулевая статистическая гипотеза - то есть связи нет. Иначе говоря, это вероятность того, что обнаруженная связь носит случайный характер, а не является свойством совокупности. Именно статистическая значимость, p-уровень значимости является количественной оценкой надежности связи: чем меньше эта вероятность, тем надежнее связь.

Предположим, при сравнении двух выборочных средних было получено значение уровня статистической значимости p=0,05. Это значит, что проверка статистической гипотезы о равенстве средних в генеральной совокупности показала, что если она верна, то вероятность случайного появления обнаруженных различий составляет не более 5%. Иначе говоря, если бы две выборки многократно извлекались из одной и той же генеральной совокупности, то в 1 из 20 случаев обнаруживалось бы такое же или большее различие между средними этих выборок. То есть существует 5%-ная вероятность того, что обнаруженные различия носят случайный характер, а не являются свойством совокупности.

В отношении научной гипотезы уровень статистической значимости – это количественный показатель степени недоверия к выводу о наличии связи, вычисленный по результатам выборочной, эмпирической проверки этой гипотезы. Чем меньше значение p-уровня, тем выше статистическая значимость результата исследования, подтверждающего научную гипотезу.

Полезно знать, что влияет на уровень значимости. Уровень значимости при прочих равных условиях выше (значение p-уровня меньше), если:

- величина связи (различия) больше;
- изменчивость признака (признаков) меньше;
- объем выборки (выборок) больше.

Односторонние и двусторонние критерии проверки значимости

Если цель исследования том, чтобы выявить различие параметров двух генеральных совокупностей, которые соответствуют различным ее естественным условиям (условия жизни, возраст испытуемых и т. п.), то часто неизвестно, какой из этих параметров будет больше, а какой меньше.

Например, если интересуются вариативностью результатов в контрольной и экспериментальной группах, то, как правило, нет уверенности в знаке различия дисперсий или стандартных отклонений результатов, по которым оценивается вариативность. В этом случае нулевая гипотеза состоит в том, что дисперсии равны между собой, а цель исследования — доказать обратное, т.е. наличие различия между дисперсиями. При этом допускается, что различие может быть любого знака. ***Такие гипотезы называются двусторонними.***

Но иногда задача состоит в том, чтобы доказать увеличение или уменьшение параметра; например, средний результат в экспериментальной группе выше, чем контрольной. При этом уже не допускается, что различие может быть другого знака. ***Такие гипотезы называются односторонними.***

Критерии значимости, служащие для проверки двусторонних гипотез, называются двусторонними, а для односторонних — односторонними.

Возникает вопрос о том, какой из критериев следует выбирать в том или ином случае. Ответ на этот вопрос находится за пределами формальных статистических методов и полностью зависит от целей исследования. Ни в коем случае нельзя выбирать тот или иной критерий после проведения эксперимента на основе анализа экспериментальных данных, поскольку это может привести к неверным выводам. Если до проведения эксперимента допускается, что различие сравниваемых параметров может быть как положительным, так и отрицательным, то следует использовать двусторонний критерий.

Если же есть дополнительная информация, например, из предшествующих экспериментов, на основании которой можно сделать предположение, что один из параметров больше или меньше другого, то используется односторонний критерий.

Когда имеются основания для применения одностороннего критерия, его следует предпочесть двустороннему, потому что односторонний критерий полнее использует информацию об изучаемом явлении и поэтому чаще дает правильные результаты.

Риск одностороннего критерия в том, что он может назвать значимой переменную, которая не является значимой на самом деле. Односторонний критерий – это шанс назвать вашу переменную значимой, когда двусторонний критерий не срабатывает.

Двусторонние тесты более строгие в отличие от односторонних. Коэффициент может быть незначим при двустороннем тесте и значим при одностороннем, поэтому использование односторонних тестов может оказаться полезным, так как хочется иметь значимые коэффициенты.

Если односторонний тест не позволил отвергнуть нулевую гипотезу, то есть значимость коэффициента обосновать не удалось, то более строгий двусторонний тест также не отвергнет нулевую гипотезу, и коэффициент является незначимым.

Тема 4. Свойства описательных статистик (Часть 1)

Глава 1. Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.

Перейдем теперь к рассмотрению первичных методов статистической обработки данных – описательной статистике.
К описательным статистикам обычно относят числовые характеристики распределения измеренного на выборке признака. Основное назначение каждой из первичных описательных статистик - замена множества значений признака, измеренного на выборке, одним числом (например, средним значением как мерой центральной тенденции). Компактное описание группы при помощи первичных статистик позволяет интерпретировать результаты измерений, в частности, путем сравнения первичных статистик разных групп.

Мера центральной тенденции - это число, характеризующее выборку по уровню выраженности измеренного признака.
Существуют три способа определения «центральной тенденции», каждому из которых соответствует своя мера: **мода, медиана и выборочное среднее.**

Наиболее просто получаемой мерой центральной тенденции является мода.

Мода - это такое значение из множества измерений, которое встречается наиболее часто. Моде, или модальному интервалу признака, соответствует наибольший подъем (вершина) графика распределения частот. Если график распределения частот имеет одну вершину, то такое распределение называется унимодальным.

ПРИМЕР - когда два соседних значения встречаются одинаково часто и чаще, чем любое другое значение, мода есть среднее этих двух значений.

Распределение может иметь и не одну моду. Когда все значения встречаются одинаково часто, принято считать, что такое распределение не имеет моды.

Если распределение имеет несколько мод, то говорят, что оно мультимодально или многомодально (имеет два или более «пика»). Мультимодальность распределения дает важную информацию о природе исследуемой переменной.

ПРИМЕР - в социологических опросах, если переменная представляет собой предпочтение или отношение к чему-то, то мультимодальность может означать, что существуют несколько определенно различных мнений.

Мультимодальность также служит индикатором того, что выборка не является однородной и наблюдения, возможно, порождены двумя или более «наложенными» распределениями.

Медиана - это такое значение признака, которое делит упорядоченное (ранжированное) множество данных пополам так, что одна половина всех значений оказывается меньше медианы, а другая - больше. Таким образом, первым шагом при определении медианы является упорядочивание (ранжирование) всех значений по возрастанию или убыванию. Далее медиана определяется следующим образом:
- если данные содержат нечетное число значений (8, 9, 10, 13, 15), то медиана есть центральное значение;
- если данные содержат четное число значений (5, 8, 9, 11), то медиана есть точка, лежащая посередине между двумя центральными значениями.

Среднее (выборочное среднее, среднее арифметическое) - определяется как сумма всех значений измеренного признака, деленная на количество суммированных значений.

Среднее множества данных предполагает в основном арифметические операции. На величину среднего влияют значения всех результатов.

Каждая мера центральной тенденции обладает характеристиками, которые делают ее ценной в определенных условиях.

Для ***номинальных данных***, разумеется, единственной подходящей мерой центральной тенденции является мода, или модальная категория - та градация номинальной переменной, которая встречается наиболее часто.

Для ***порядковых и метрических переменных***, распределение которых унимодальное и симметричное, мода, медиана и среднее совпадают. Чем больше отклонение от симметричности, тем больше расхождение между значениями этих мер центральной тенденции. По этому расхождению можно судить о том, насколько симметрично или асимметрично распределение.

Однако использование среднего ограничивается тем, что на его величину влияет каждое отдельное значение. Таким образом, среднее значение весьма чувствительно к «выбросам» - экстремально малым или большим значениям переменной.

Тема 5. Свойства описательных статистик (Часть 2)

Глава 1. Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.

Помимо мер центральной тенденции в психологии широко используются квантили распределения, процентили, децили и квартили.

Одним из наиболее эффективных и полезных методов описания группы наблюдений является описание с помощью квантилей. Квантиль - общее понятие, а процентили, децили и квартили – три его примера.

Квантиль - это точка на числовой оси измеренного признака, которая делит всю совокупность упорядоченных измерений на две группы с известным соотношением их численности. С одним из квантилей уже знакомы - это медиана. Это значение признака, которое делит всю совокупность измерений на две группы с равной численностью. Кроме медианы часто используются процентили и квартили.

Процентили - это 99 точек - значений признака, которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 100 частей, равных по численности. Определение конкретного значения процентиля аналогично определению медианы. Например, при определении 10-го процентиля, P10, сначала все значения признака упорядочиваются по возрастанию. Затем отсчитывается 10% испытуемых, имеющих наименьшую выраженность признака. P10 будет соответствовать тому значению признака, который отделяет эти 10% испытуемых от остальных 90%.

На основе процентилей определяются процентильные баллы участников тестирования.

Дециль характеризует распределение величин совокупности, при которой девять значений дециля делят ее на десять равных частей. Любая из этих десяти частей составляет 1/10 всей совокупности. Так, первый дециль отделяет 10 % наименьших величин, лежащих ниже дециля от 90 % наибольших величин, лежащих выше дециля.

Квартили - это 3 точки - значения признака (P25, P50, P75), которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 4 равные по численности части. Первый квартиль соответствует 25-му процентилю, второй - 50-му процентилю или медиане, третий квартиль соответствует 75-му процентилю.

Интерквартильным размахом называется разность между третьей и первой квартилями, то есть $x_{0.75} - x_{0.25}$.

Интерквартильный размах является характеристикой разброса распределения величины и является робастным аналогом дисперсии. Вместе, медиана и интерквартильный размах могут быть использованы вместо математического ожидания и дисперсии в случае распределений с большими выбросами, либо при невозможности вычисления последних.

Процентили и квартили используются для определения частоты встречаемости тех или иных значений (или интервалов) измеренного признака или для выделения подгрупп и отдельных испытуемых, наиболее типичных или нетипичных для данного множества наблюдений.

Тема 6. Меры изменчивости

Глава 1. Основные понятия статистики и дескриптивный анализ.

Меры центральной тенденции говорят нам о концентрации группы значений на числовой шкале. Каждая мера дает такое значение, которое «представляет» в каком-то смысле все оценки, группы. В этом случае пренебрегают различиями, существующими между отдельными значениями. Для измерения вариации оценок внутри группы требуются другие описательные статистики. В этом письме будет рассмотрено несколько статистических характеристик, которые по-разному служат мерами изменчивости в группе данных.

Размах просто измеряет на числовой шкале расстояние, в пределах которого изменяются оценки. Поскольку существуют несколько иные определения размаха, то надо разграничить два его типа: включающий и исключающий.

Исключающий размах - это разность максимального и минимального значении в группе.
ПРИМЕР: исключающий размах значений 0, 2 3 5, 8 равен 8-0 = 8; значений -0,2; 0,4; 0,8; 1,6 имеют исключающий размах, равный 1,6 - (-0,2) = 1,8.

Включающий размах - это разность между естественной верхней границей интервала, содержащего максимальное значение, и естественной нижней границей интервала, включающего минимальное значение.

ПРИМЕР: рост пяти мальчиков измеряется с точностью до ближайшего см. Получены следующие значения: 150, 155, 157, 165, 168 см. Фактический рост самого низкого мальчика находится где-то между 149,5 и 150 см и действительная нижняя граница равна 149,5 см. Верхняя граница интервала, содержащего максимальное значение, составляет 168,5 см. Таким образом, включающий размах равен разности 168,5 - 149,5 = 19, которая на единицу больше, чем 168-150.

Размах является довольно грубой, но общераспространенной мерой изменчивости.

Размах представляет собой меру рассеяния, разброса, неоднородности или изменчивости, которая возрастает с ростом рассеяния и уменьшением однородности. Необходимо заметить, что, так же как и для моды и медианы, в ходе вычисления этой меры не учитывается каждое отдельное значение.

Теперь мы сталкиваемся с четвертой мерой, при вычислении которой, как и для среднего, используется каждая оценка – **дисперсия**.

Дисперсия выборки, или выборочная дисперсия (термин впервые введен Фишером), мера изменчивости для метрических данных, пропорциональная сумме квадратов отклонений измеренных значений от их арифметического среднего. Чем больше изменчивость в данных, тем больше отклонения значений от среднего, тем больше величина дисперсии.

Мерой изменчивости, тесно связанной с дисперсией, является стандартное отклонение.

Стандартное отклонение (сигма, среднеквадратическое отклонение) - положительное значение квадратного корня из дисперсии. Использование сигмы необходимо при составлении таблиц средних для ваших приложений или для таблиц непосредственно находящихся в «теле» диплома, диссертации или статьи. Так как использование только среднего значения некорректно, то принято обозначать так: **5.62±1.97**, где **5.62 – *среднее, а* 1.97 – *стандартное отклонение от среднего или сигма.***

Одно из наиболее важных свойств распределения частот - степень асимметрии. Практически точно симметричные полигоны частот и гистограммы почти никогда не встречаются. Степень асимметрии распределения частот для выборки называется просто его асимметрией.

Асимметрия, или коэффициент асимметрии, является мерой несимметричности распределения, степень отклонения графика распределения частот от симметричного вида относительно среднего значения. Если этот коэффициент значительно отличается от 0, распределение является асимметричным (то есть несимметричным).

Для симметричного распределения асимметрия равна 0. Если чаще встречаются значения меньше среднего, то говорят о левосторонней, или положительной асимметрии (Ас > 0). Если же чаще встречаются значения больше среднего, то асимметрия - правосторонняя, или отрицательная (Ас<0). Чем больше отклонение от нуля, тем больше асимметрия.

Иногда важно получить представление о том, являются ли полигон частот или гистограмма островершинными или плоскими. Для этого используют эксцесс.

Эксцесс, или коэффициент эксцесса, измеряет остроту пика распределения, мера плосковершинности или остроконечности графика распределения измеренного признака. Островершинное распределение характеризуется положительным эксцессом (Ex> 0), а плосковершинное - отрицательным (-3 < Ex< 0). «Средневершинное» (нормальное) распределение имеет нулевой эксцесс (Ex = 0).

Тема 7. Коэффициенты корреляции. Частная корреляция.

Глава 2. Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.

Коэффициент корреляции - двумерная описательная статистика, количественная мера взаимосвязи (совместной изменчивости) двух переменных.

К настоящему времени разработано великое множество различных коэффициентов корреляции. Однако самые важные меры связи - **Пирсона, Спирмена и Кендалла**. Их общей особенностью является то, что они отражают взаимосвязь двух признаков, измеренных в количественной шкале - ранговой или метрической.

Вообще говоря, любое эмпирическое исследование сосредоточено на изучении взаимосвязей двух или более переменных.

Если изменение одной переменной на одну единицу всегда приводит к изменению другой переменной на одну и ту же величину, функция является *линейной* (график ее представляет прямую линию); любая другая связь - *нелинейная*. Если увеличение одной переменной связано с увеличением другой, то связь - *положительная (прямая)*; если увеличение одной переменной связано с уменьшением другой, то связь - *отрицательная (обратная)*. Если направление изменения одной переменной не меняется с возрастанием (убыванием) другой переменной, то такая функция - *монотонная*; в противном случае функцию называют *немонотонной*.

Функциональные связи являются идеализациями. Их особенность заключается в том, что одному значению одной переменной соответствует строго определенное значение другой переменной. Например, такова взаимосвязь двух физических переменных - веса и длины тела (линейная положительная). Однако даже в физических экспериментах эмпирическая взаимосвязь будет отличаться от функциональной связи в силу неучтенных или неизвестных причин: колебаний состава материала, погрешностей измерения и пр.

При изучении взаимосвязи признаков из поля зрения исследователя неизбежно выпадает множество возможных причин изменчивости этих признаков. Результатом является то, что даже существующая в реальности функциональная связь между переменными выступает эмпирически как вероятностная (стохастическая): одному и тому же значению одной переменной соответствует распределение различных значений другой переменной (и наоборот). Простейшим примером является соотношение роста и веса людей. Эмпирические результаты исследования этих двух признаков покажут, конечно, положительную их взаимосвязь. Но несложно догадаться, что она будет отличаться от строгой, линейной, положительной - идеальной математической функции, даже при всех ухищрениях исследователя по учету стройности или полноты испытуемых. Вряд ли на этом основании кому-то придет в голову отрицать факт наличия строгой функциональной связи между длиной и весом тела.

Итак, функциональная взаимосвязь явлений эмпирически может быть выявлена только как вероятностная связь соответствующих признаков. Наглядное представление о характере вероятностной связи дает диаграмма рассеивания - график, оси которого соответствуют значениям двух переменных, а каждый испытуемый представляет собой точку. В качестве числовой характеристики вероятностной связи используются коэффициенты корреляции.

Можно ввести три градации величин корреляции по силе связи:
$r < 0,3$ — слабая связь (менее 10% от общей доли дисперсии);
$0,3 < r < 0,7$ — умеренная связь (от 10 до 50% от общей доли дисперсии);
$r > 0,7$ — сильная связь (50% и более от общей доли дисперсии).

Частная корреляция

Часто бывает так, что две переменные коррелируют друг с другом только за счет того, что обе они меняются под влиянием некоторой третьей переменной. То есть, на самом деле связь между соответствующими свойствами этих двух переменных отсутствует, но проявляется в статистической взаимосвязи, или корреляции, под влиянием общей причины третьей переменной).

Таким образом, если корреляция между двумя переменными уменьшается, при фиксируемой третьей случайной величине, то это означает, что их взаимозависимость возникает частично через воздействие этой третьей переменной. Если же частная корреляция равна нулю или очень мала, то можно сделать вывод о том, что их взаимозависимость целиком обусловлена собственным воздействием и никак не связана с третьей переменной.

Также, если частная корреляция больше первоначальной корреляции между двумя переменными, то можно сделать вывод о том, что другие переменные ослабили связь, или "скрыли" корреляцию.

К тому же необходимо помнить о том, что ***корреляция не есть причинность***. Исходя из этого, мы не имеем права безапелляционно говорить о наличии причинной связи: некоторая совершенно отличная от рассматриваемых в анализе переменная может быть источником этой корреляции. Как при обычной корреляции, так и при частных корреляциях предположение о причинности должно всегда иметь собственные внестатистические основания.

Тема 8. Коэффициенты корреляции Пирсона, Спирмена и Кендалла.

Глава 2. Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.

Коэффициент корреляции Пирсона

r-Пирсона применяется для изучения взаимосвязи двух метрических переменных, измеренных на одной и той же выборке. Существует множество ситуаций, в которых уместно его применение. Влияет ли интеллект на успеваемость на старших курсах университета? Связан ли размер заработной платы работника с его доброжелательностью к коллегам? Влияет ли настроение школьника на успешность решения сложной арифметической задачи? Для ответа на подобные вопросы исследователь должен измерить два интересующих его показателя у каждого члена выборки.

На величину коэффициента корреляции не влияет то, в каких единицах измерения представлены признаки. Следовательно, любые линейные преобразования признаков (умножение на константу, прибавление константы) не меняют значения коэффициента корреляции. Исключением является умножение одного из признаков на отрицательную константу: коэффициент корреляции меняет свой знак на противоположный.

Применение корреляции Спирмена и Пирсона.

Коэффициенты	**Переменные**	
	зависимая	независимая
Корреляция Пирсона	метрическая	метрическая
Корреляция Спирмена	ранговая	ранговая
	метрическая	ранговая
	метрическая	метрическая

Корреляция Пирсона есть мера линейной связи между двумя переменными. Она позволяет определить, насколько пропорциональна изменчивость двух переменных. Если переменные пропорциональны друг другу, то графически связь между ними можно представить в виде прямой линии с положительным (прямая пропорция) или отрицательным (обратная пропорция) наклоном.

На практике связь между двумя переменными, если она есть, является вероятностной и графически выглядит как облако рассеивания эллипсоидной формы. Этот эллипсоид, однако, можно представить (аппроксимировать) в виде прямой линии, или линии регрессии. ***Линия регрессии*** - это прямая, построенная методом наименьших квадратов: сумма квадратов расстояний (вычисленных по оси Y) от каждой точки графика рассеивания до прямой является минимальной

Особое значение для оценки точности предсказания имеет дисперсия оценок зависимой переменной. По сути, дисперсия оценок зависимой переменной Y - это та часть ее полной дисперсии, которая обусловлена влиянием независимой переменной X. Иначе говоря, отношение дисперсии оценок зависимой переменной к ее истинной дисперсии равно квадрату коэффициента корреляции.

Квадрат коэффициента корреляции зависимой и независимой переменных представляет долю дисперсии зависимой переменной, обусловленной влиянием независимой переменной, и называется ***коэффициентом детерминации***. Коэффициент детерминации, таким образом, показывает, в какой степени изменчивость одной переменной обусловлена (детерминирована) влиянием другой переменной.

Коэффициент детерминации обладает важным преимуществом по сравнению с коэффициентом корреляции. Корреляция не является линейной функцией связи между двумя переменными. Поэтому, среднее арифметическое коэффициентов корреляции для нескольких выборок не совпадает с корреляцией, вычисленной сразу для всех испытуемых из этих выборок (т.е. коэффициент корреляции не аддитивен). Напротив, коэффициент детерминации отражает связь линейно и поэтому является аддитивным: допускается его усреднение для нескольких выборок.

Дополнительную информацию о силе связи дает значение коэффициента корреляции в квадрате - коэффициент детерминации: это часть дисперсии одной переменной, которая может быть объяснена влиянием другой переменной. В отличие от коэффициента корреляции коэффициент детерминации линейно возрастает с увеличением силы связи.

Коэффициенты корреляции Спирмена и τ-Кендалла (ранговые корреляции)

Если обе переменные, между которыми изучается связь, представлены в порядковой шкале, или одна из них - в порядковой, а другая - в метрической, то применяются ранговые коэффициенты корреляции: **Спирмена или τ-Кенделла**. И тот, и другой коэффициент требует для своего применения предварительного ранжирования обеих переменных.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена - это непараметрический метод, который используется с целью статистического изучения связи между явлениями. В этом случае определяется фактическая степень параллелизма между двумя количественными рядами изучаемых признаков и дается оценка тесноты установленной связи с помощью количественно выраженного коэффициента.

Если члены группы численностью были ранжированы сначала по переменной х, затем - по переменной у, то корреляцию между переменными х и у можно получить, просто вычислив коэффициент Пирсона для двух рядов рангов. При условии отсутствия связей в рангах (т.е. отсутствия повторяющихся рангов) по той и другой переменной, формула для Пирсона может быть существенно упрощена в вычислительном отношении и преобразована в формулу, известную как ***Спирмена***.

Мощность коэффициента ранговой корреляции Спирмена несколько уступает мощности параметрического коэффициента корреляции.

Коэффицент ранговой корреляции целесообразно применять при наличии небольшого количества наблюдений. Данный метод может быть использован не только для количественно выраженных данных, но также и в случаях, когда регистрируемые значения определяются описательными признаками различной интенсивности.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена при большом количестве одинаковых рангов по одной или обеим сопоставляемым переменным дает огрубленные значения. В идеале оба коррелируемых ряда должны представлять собой две последовательности несовпадающих значений

Альтернативу корреляции Спирмена для рангов представляет корреляция ***τ-Кендалла***. В основе корреляции, предложенной М.Кендаллом, лежит идея о том, что о направлении связи можно судить, попарно сравнивая между собой испытуемых: если у пары испытуемых изменение по х совпадает по направлению с изменением по у, то это свидетельствует о положительной связи, если не совпадает - то об отрицательной связи.

Коэффициенты корреляции были специально разработаны для численного определения силы и направления связи между двумя свойствами, измеренными в числовых шкалах (метрических или ранговых). Как уже упоминалось, максимальной силе связи соответствуют значения корреляции +1 (строгая прямая или прямо пропорциональная связь) и -1 (строгая обратная или обратно пропорциональная связь), отсутствию связи соответствует корреляция, равная нулю. Дополнительную информацию о силе связи дает значение коэффициента детерминации: это часть дисперсии одной переменной, которая может быть объяснена влиянием другой переменной.

Тема 9. Параметрические методы сравнения данных

Глава 2. Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.

Параметрические методы сравнения применяются в том случае, если ваши переменные были измерены в метрической шкале.

Сравнение дисперсий 2-х выборок по критерию Фишера.

Данный метод позволяет проверить гипотезу о том, что дисперсии 2-х генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые выборки, отличаются друг от друга.

Ограничения метода - распределения признака в обеих выборках не должны отличаться от нормального.

Альтернативой сравнения дисперсий является ***критерий Ливена***, для которого нет необходимости в проверке на нормальность распределения.

Данный метод может применяться для проверки предположения о равенстве (гомогенности) дисперсий перед проверкой достоверности различия средних по критерию Стьюдента для независимых выборок разной численности.

Критерий t-Стьюдента для одной выборки

Данный метод позволяет проверить гипотезу о том, что среднее значение изучаемого признака отличается от некоторого известного значения.

Исходное предположение – распределение признака в выборке приблизительно соответствует нормальному.

Пример. Был проведен эксперимент по выявлению уровня агрессивности у охранников, в ходе которого необходимо было выявить влияние «рабочей обстановки» на эмоциональное состояние обследуемых.

Исходя из вышеприведенного примера, в качестве изучаемого признака выступит среднее число уровня агрессивности, а известное значение – это тот уровень агрессивности, который, например, по данным той методики, которую вы использовали в эксперименте, определяет средний уровень развития данного свойства.

Таким образом, в ходе данной методики будет доказано, достоверно выше или достоверно ниже нормы, а также возможно и не отличается от среднего уровня развития исследуемого свойства.

Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

Данный метод сравнения позволяет проверить гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые независимые выборки, отличаются друг от друга.

Исходные предположения – 1) одна выборка извлекается из одной генеральной совокупности, а другая выборка, независимая от первой, извлекается из другой генеральной совокупности; 2) распределение признака в обеих выборках приблизительно соответствует нормальному; 3) дисперсии признака в 2-х выборках примерно одинаковы (гомогенны).

Альтернатива методу – непараметрический U-критерий Манна-Уитни (если распределение признака хотя бы в одной выборке отличается от нормального или дисперсии статистически достоверно различаются).

Результатом данного анализа будет наличие или отсутствие достоверного различия между двумя группами испытуемых, учитывая, конечно, уровень достоверности ($p<0,05$).

В программе Statistica реализовано 2 способа сравнения данных с помощью данного метода – это 1) по группам и 2) по переменным. Выделение этих двух способов обработки очень удобно, так как основаны они на обработке двух разных матриц данных. Так, первый способ актуален, если Вы построили матрицу исходных данных одной группы испытуемых над другой, а второй способ – когда каждый столбец с данными представляет исходную информацию только одной группы испытуемых.

Критерий t-Стьюдента для зависимых выборок

Этот метод позволяет проверить гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга. Зависимая выборка – когда определенные признак измерен на одной и той же выборке дважды, например, до и после воздействия, лечения и т.п.

Исходные предположения – 1) каждому представителю одной выборки поставлен в соответствие представитель другой выборки; 2) данные двух выборок положительно коррелируют; 3) распределение признака в обеих выборках приблизительно соответствует нормальному.

Альтернатива методу – непараметрический критерий Т- Вилкоксона (если распределение признака хотя бы в одной выборке отличается от нормального и t-критерий Стьюдента для независимых выборок (если данные для двух выборок не коррелируют положительно).

Более подробно об использовании данных методов сравнения, Вы можете узнать из ВИДЕОКУРСА ПО СТАТИСТИКЕ «БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ».

Тема 10. Непараметрические методы сравнения для независимых выборок

Глава 2. Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.

Сравнение 2-х независимых выборок

Критерий серий Вальда-Вольфовица

Критерий серий Вальда-Вольфовица представляет собой непараметрическую альтернативу t-критерию для независимых выборок. Данные имеют тот же вид, что и в t-критерии для независимых выборок. Данные должны содержать группирующую (независимую) переменную, принимающую, по крайней мере, два различных значения (кода), чтобы однозначно определить, к какой группе относится каждое наблюдение в файле данных.

Критерий предполагает, что рассматриваемые переменные являются непрерывными и измерены, по крайней мере, в ***порядковой шкале***.

Критерий серий Вальда-Вольфовица устроен следующим образом. Представьте, что вы хотите сравнить мужчин и женщин по некоторому признаку. Вы можете упорядочить данные, например, по возрастанию, и найти те случаи, когда субъекты одного и того же пола примыкают друг к другу в построенном вариационном ряде (иными словами, образуют серию).

Серия составляется таким образом. Сначала вычисляется медиана, а затем берется каждое отдельное значение и сравнивается с медианой. Если выбранное значение больше медианы, то ставится, например, плюс, а если меньше – минус. Таким образом, данные приводятся к бинарному виду.

Если нет различия между мужчинами и женщинами, то число и длина «серий», относящиеся к одному и тому же полу, будут более или менее случайными. В противном случае две группы (мужчины и женщины) отличаются друг от друга, то есть не являются однородными.

Критерий серий Вальда-Вольфовица проверяет гипотезу о том, что две независимые выборки извлечены из двух популяций, которые в чем-то существенно различаются между собой, иными словами, различаются не только средними, но также формой распределения. Нулевая гипотеза состоит в том, что обе выборки извлечены из одной и той же популяции, то есть данные однородны.

U-критерий Манна-Уитни

Критерий Манна-Уитни представляет непараметрическую альтернативу t-критерию для независимых выборок. Опция предполагает, что данные расположены таким же образом, что в и t-критерии для независимых выборок. В частности, данные должны содержать группирующую переменную, имеющую, по крайней мере, два разных кода для однозначной идентификации принадлежности каждого наблюдения к определенной группе.

Критерий U Манна-Уитни предполагает, что рассматриваемые переменные измерены, по крайней мере, в порядковой шкале (ранжированы). Заметим, что во всех ранговых методах делаются поправки на совпадающие ранги.

Интерпретация теста, по существу, похожа на интерпретацию результатов t-критерия для независимых выборок за исключением того, что U-критерий вычисляется как сумма индикаторов парного сравнения элементов первой выборки с элементами второй выборки.

U-критерий - наиболее мощная (чувствительная) непараметрическая альтернатива t-критерию для независимых выборок; фактически, в некоторых случаях он имеет даже большую мощность, чем t-критерий.

Двухвыборочный критерий Колмогорова-Смирнова

Критерий Колмогорова-Смирнова - это непараметрическая альтернатива t-критерию для независимых выборок. Формально он основан на сравнении эмпирических функций распределения двух выборок. Данные имеют такую же организацию, как в t-критерии для независимых выборок. Они должны содержать кодовую (независимую) переменную, имеющую, по крайней мере, два различных кода для однозначного определения, к какой группе принадлежит каждое наблюдение.

Критерий Колмогорова-Смирнова проверяет гипотезу о том, что выборки извлечены из одной и той же популяции, против альтернативной гипотезы, когда выборки извлечены из разных популяций. Иными словами, проверяется гипотеза однородности двух выборок.

Однако в отличие от параметрического t-критерия для независимых выборок и от U-критерия Манна-Уитни, который проверяет различие в положении двух выборок, критерий Колмогорова-Смирнова также чувствителен к различию общих форм распределений двух выборок (в частности, различия в рассеянии, асимметрии и т. д.).

Сравнение более 2-х независимых выборок

ANOVA Краскела-Уоллиса и медианный тест

Эти два теста являются непараметрическими альтернативами однофакторного дисперсионного анализа. Мы применяем t-критерий, чтобы сравнить средние значения двух переменных. Если переменных больше двух, то применяется дисперсионный анализ. Английское сокращение дисперсионного анализа - ANOVA (analysis of variation).

Критерий Краскела-Уоллиса основан на рангах (а не на исходных наблюдениях) и предполагает, что рассматриваемая переменная непрерывна и измерена как минимум в порядковой шкале. Критерий проверяет гипотезу: имеют ли сравниваемые выборки одно и то же распределение или же распределения с одной и той же медианой. Таким образом, интерпретация критерия схожа с интерпретацией параметрической однофакторной ANOVA за исключением того, что этот критерий основан на рангах, а не на средних значениях.

Медианный тест - это «грубая» версия критерия Краскела-Уоллиса. При нулевой гипотезе (все выборки извлечены из популяций с равными медианами) ожидается, что примерно 50% всех наблюдений в каждой выборке попадают выше (или ниже) общей медианы. Медианный тест особенно полезен, когда шкала содержит искусственные границы, и многие наблюдения попадают в ту или иную крайнюю точку (оказываются «вне шкалы»).

Более подробно об использовании данных методов сравнения, Вы можете узнать из ВИДЕОКУРСА ПО СТАТИСТИКЕ «БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ».

Тема 11. Непараметрические методы сравнения для зависимых выборок

Глава 2. Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.

Сравнение 2-х зависимых выборок

Критерий знаков

Это непараметрическая альтернатива t-критерию для зависимых выборок. Критерий применяется в ситуациях, когда исследователь проводит два измерения (например, при разных условиях) одних и тех же субъектов и желает установить наличие или отсутствие различия результатов.

Для применения этого критерия требуются очень слабые предположения (например, однозначная определенность медианы для разности значений). Не нужно никаких предположений о природе или форме распределения.

При нулевой гипотезе (отсутствие эффекта обработки) число положительных разностей имеет биномиальное распределение со средним, равным половине объема выборки (положительных разностей будет примерно столько же, сколько отрицательных). Основываясь на биномиальном распределении, можно вычислить критические значения.

Критерий Вилкоксона

Критерий Вилкоксона парных сравнений является непараметрической альтернативой t-критерию для зависимых выборок.

После выбора опции на экране появится диалоговое окно, в котором можно выбрать переменные из двух списков. Каждая переменная первого списка сравнивается с каждой переменной второго списка. Это то же самое расположение данных, что и в F-критерии (зависимые выборки) в модуле Основные статистики и таблицы.

Предполагается, что рассматриваемые переменные ранжированы. W - статистика Вилкоксона равна сумме рангов элементов второй выборки в общем вариационном ряду двух выборок. Итак, наблюдения двух групп объединяются, строится общий вариационный ряд и вычисляется сумма рангов второй группы в построенном ряде.

Требования к критерию Вилкоксона более строгие, чем к критерию знаков. Однако если они удовлетворены, то критерий Вилкоксона имеет большую мощность, чем критерий знаков.
Более подробно об использовании критерия Вилкоксона, Вы можете узнать из ВИДЕОКУРСА ПО СТАТИСТИКЕ «БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ».

Сравнение более 2-х зависимых выборок

Критерий χ^2 Фридмана и коэффициент конкордации (согласия) Кендалла

χ^2 Фридмана - это непараметрическая альтернатива однофакторному дисперсионному анализу с повторными измерениями (ANOVA).

Коэффициент конкордации (согласия) Кендалла - аналог R Спирмена (непараметрический коэффициент корреляции между двумя переменными), когда число переменных больше двух.

Критерий χ^2 Фридмана может быть более эффективен, чем его метрический аналог ANOVA в случаях повторных измерений изучаемого признака на небольших выборках.

Критерий χ^2 Фридмана основан на ранжировании ряда повторных измерений для каждого объекта выборки. Затем вычисляется сумма рангов для каждого из условий (повторных измерений). Если выполняется статистическая гипотеза об отсутствии различий между повторными измерениями, то можно ожидать примерное равенство сумм рангов для этих условий. Чем больше различаются зависимые выборки по изучаемому признаку, тем больше эмпирическое значение критерия Фридмана.

Тема 12. Методы сравнения номинальных данных

Глава 2. Методы проверки статистических гипотез. Корреляции и методы сравнения.

χ^2 *Пирсона (Chi-square или хи-квадрат Пирсона) или критерий согласия*

Данный метод сравнения используется, если Ваши данные измерены в номинальной шкале и имеют две и более градации. Однако, это не означает, что если ваши данные представлены в других шкалах, то этот метод использовать нельзя.

При сопоставлении нескольких градаций чаще всего проверяют гипотезу о том, различаются ли по численности соответствующие доли совокупности.

Таким образом, при выявлении достоверных различий, можно сделать вывод о том, что распределение предпочтений является неравномерным. Однако, при использовании более двух градаций, мы не можем утверждать о том, что в какой-то конкретной ячейке наблюдений больше, а в какой-то меньше. Для того, чтобы выявить в какой ячейке больше, а в какой меньше наблюдений, необходимо воспользоваться дополнительной статистической проверкой.

Это касается не только данного метода сравнения. При использовании любых методов множественных сравнений (например, ANOVA Краскела-Уоллиса, χ^2 Фридмана) для конкретизации полученных результатов (подтвердилась гипотеза о не тождественности результатов) необходимо использовать парные сравнения величин.

Распределение вероятных значений случайной величины χ^2 непрерывно и ассиметрично. Оно зависит от числа степеней свободы и приближается к нормальному распределению по мере увеличения числа наблюдений.

Поэтому применение критерия χ^2 к оценке дискретных распределений сопряжено с некоторыми погрешностями, которые сказываются на его величине, особенно на малочисленных выборках. Для получения более точных оценок выборка, распределяемая в вариационный ряд, должна иметь не мене 50 вариант.

Таблицы сопряженности

Таблицы сопряженности или кросстабуляция - это процесс объединения двух (или нескольких) таблиц частот так, что каждая ячейка в построенной таблице представляется единственной комбинацией значений или уровней табулированных переменных.

Каждая ячейка таблицы сопряженности содержит информацию о количестве объектов, попадающих в группу, определенную комбинацией двух значений. В применении к анализу опросных листов это означает, что исследователь может, например, получить информацию о количестве мужчин, имеющих информацию о товаре (количество человек, ответивших на вопрос о поле – "муж.", и на вопрос о известности товара – "известен").

Обычно используются категориальные или номинальные переменные или переменные с относительно небольшим числом значений. Если вы хотите табулировать непрерывную переменную (например, доход), то вначале ее следует перекодировать, разбив диапазон изменения на небольшое число интервалов (например, доход: низкий, средний, высокий).

Простейшая форма кросстабуляции - это таблица сопряженности 2x2, в которой значения двух переменных "пересечены" (сопряжены) на разных уровнях и каждая переменная принимает только два значения, т.е. имеет два уровня.

Результатом данного метода являются следующие показатели:

1) χ^2 Пирсона - это наиболее простой критерий проверки значимости связи между двумя категоризованными переменными. Критерий Пирсона основывается на том, что в двувходовой таблице ожидаемые частоты при гипотезе "между переменными нет зависимости" можно вычислить непосредственно.

2) Йетса χ^2. Аппроксимация статистики χ^2 для таблиц 2x2 с малыми числом наблюдений в ячейках может быть улучшена уменьшением абсолютного значения разностей между ожидаемыми и наблюдаемыми частотами на величину 0,5 перед возведением в квадрат (это и есть поправка Йетса). Поправка Йетса, делающая оценку более умеренной, обычно применяется в тех случаях, когда таблицы содержат только малые частоты, например, когда некоторые ожидаемые частоты становятся меньше 10.

3) Точный критерий Фишера (критерий Фишера-Ирвина, точный метод Фишера). Этот критерий применим только для таблиц 2x2. Критерий основан на следующем рассуждении. Даны маргинальные частоты в таблице (частоты, расположенные по краям таблицы), предположим, что обе табулированные переменные независимы. Зададимся вопросом: какова вероятность получения наблюдаемых в таблице частот, исходя из заданных маргинальных? Таким образом, критерий Фишера вычисляет точную вероятность появления наблюдаемых частот при нулевой гипотезе (отсутствие связи между табулированными переменными). В таблице результатов приводятся как односторонние, так и двусторонние уровни.

4) Фи-квадрат представляет собой меру связи между двумя переменными в таблице 2x2. Его значения изменяются от 0 (нет зависимости между переменными; χ^2 = 0.0) до 1 (абсолютная зависимость между двумя факторами в таблице).

5) χ^2 Макнимара применяется, когда частоты в таблице 2x2 представляют зависимые выборки. Например, наблюдения одних и тех же индивидуумов до и после эксперимента. Вычисляются два значения χ^2: A/D и B/C. A/D χ^2 проверяет гипотезу о том, что частоты в ячейках A и D

(верхняя левая, нижняя правая) одинаковы. B/C χ^2 проверяет гипотезу о равенстве частот в ячейках B и C (верхняя правая, нижняя левая).

Хотелось бы отметить, если Вам необходимо просто сравнить наблюдения в двух группах, то проще всего это сделать в программе Statistica, но если Вам необходимо провести более сложные сравнения, например, исследование влияние расы на количество детей в семье и времени обучения в средней школе, тогда Вам необходимо использовать программу SPSS.

Q-критерий Кохрена

Q-критерий Кохрена – это развитие критерия χ^2 Макнемара. Критерий проверяет, значимо или нет различаются между собой несколько сравниваемых переменных, принимающих значения 0-1.

Тема 13. Дисперсионный анализ (Часть 1)

Глава 3. Методы проверки статистических гипотез. Дисперсионный и регрессионный анализы

Дисперсионный анализ (Analysis Of Variance или сокращенно ANOVA) применяется для исследования влияния одной или нескольких качественных переменных (факторов) на одну зависимую количественную переменную.

В основе дисперсионного анализа лежит предположение о том, что одни переменные могут рассматриваться как причины (факторы, независимые переменные), а другие как следствия (зависимые переменные). Таким образом, исходя из этого, при описании результатов ANOVA мы будем говорить о наличие ***зависимости*** между зависимой и независимой переменной.

Основной целью ANOVA является исследование значимости различия между средними с помощью сравнения дисперсий. Разделение общей дисперсии на несколько источников, позволяет сравнить дисперсию, вызванную различием между группами, с дисперсией, вызванной внутригрупповой изменчивостью. Сравнивая компоненты дисперсии друг с другом посредством ***F-критерия Фишера***, можно определить, какая доля общей вариативности результативного признака обусловлена действием регулируемых факторов.

Исходя из вышесказанного, целью дисперсионного анализа является проверка статистической значимости различия между средними (для групп или переменных). Эта проверка проводится с помощью разбиения суммы квадратов на компоненты, т.е. с помощью разбиения общей дисперсии на части, одна из которых обусловлена случайной ошибкой (то есть внутригрупповой изменчивостью), а вторая связана с различием средних значений. Последняя компонента дисперсии затем используется для анализа статистической значимости различия между средними значениями. Если это различие значимо, то принимается гипотеза о существовании различия между средними.

Исходным материалом для дисперсионного анализа служат данные исследования трех и более выборок, которые могут быть как равными, так и неравными по численности, как связными, так и несвязными.

Типичная схема эксперимента сводится к изучению влияния независимой переменной (одной или нескольких) на зависимую переменную.

Обязательным условием ANOVA является то, чтоб зависимая переменная была представлена в шкале отношений, интервалов или порядка, а влияющие (независимые) переменные имели бы нечисловую природу (номинальная или категориальная шкала). Зависимая переменная рассматривается как изменяющаяся под влиянием независимых переменных. Независимая переменная представляет собой качественно определенный (номинальный) признак, имеющий две и более градаций. Каждой градации независимой переменной соответствует выборка объектов, для которых определены значения зависимой переменной.

Выделяют однофакторный ANOVA, многофакторный ANOVA, ANOVA с повторными измерениями и многомерный ANOVA (или MANOVA).

Эти варианты ANOVA мы рассмотрим в следующей теме.

Тема 14. Дисперсионный анализ (Часть 2)

Глава 3. Методы проверки статистических гипотез. Дисперсионный и регрессионный анализы

Однофакторный ANOVA

Этот вид дисперсионного анализа позволяет проверить гипотезу о существовании влияния изучаемого фактора на зависимую переменную.

Математическая модель однофакторного ANOVA предполагает выделение в общей изменчивости зависимой переменной двух ее составляющих: ***межгрупповая*** составляющая изменчивости обусловлена различием средних значений под влиянием фактора; ***внутригрупповая*** составляющая изменчивости обусловлена влиянием неучтенных причин. Соотношение этих двух составляющих изменчивости и есть основной показатель, определяющий статистическую значимость влияния фактора.

При выявлении уровня ошибки выше или равно 5% (т.е. $p \geq 0{,}05$), подтверждается гипотеза о равенстве средних значений. А при уровне ошибки меньше 5% (т.е. $p<0{,}05$) подтверждается гипотеза о различие по крайней мере двух средних значений.

Ограничения метода: 1) дисперсии выборок должны быть однородны; для этого смотрят на результаты критерия Ливена, направленный на выявление однородности дисперсий (т.е. если при проведении теста Ливена $p \geq 0{,}05$, значит Вы можете смело применять для своих данных дисперсионный анализ); 2) формально численность выборок не должно быть меньше двух объектов.

Альтернатива – сравнение независимых выборок по критерию Н-Краскела-Уоллеса.

Основным показателем для принятия решения является ***F-критерий Фишера*** и, конечно же, его уровень достоверности.

Если Ваш фактор состоит из более 2-х градаций, то Вам необходимо дополнительно проводить ***множественные сравнения*** средних значений, чтобы можно было сделать вывод о том, как различаются друг от друга средние значения для разных градаций фактора. Это касается не только однофакторного ANOVA, но и других видов дисперсионного анализа, если Ваш фактор имеет более 2-х градаций.

Одним из актуальных вопросов на этапе множественных сравнений становится выбор критерия. В программе Statistica представлены следующие методы: LSD (Least Significant Difference)

Fisher, поправка Бонферрони, метод Шеффе, метод Tukey HSD (Honestly Significant Differences), метод HSD для неравных размеров выборок, метод Ньюмана-Кеулса, метод Дункана и Даннет.

Здесь все зависит от Вас самих, какой метод множественного сравнения Вам использовать. Однако, необходимо отметить следующие моменты. Так, среди исследователей распространены методы Шеффе и LSD Фишера. Здесь необходимо учитывать то, что критерий Шеффе является грубым критерием и особенно пригоден в тех случаях, когда имеется подозрение о неравенстве дисперсий выборок между собой, а при использовании критерия LSD Фишера возникает вероятность ошибки первого рода (т.е. ложноположительный результат, выявление различий, даже если их нет). Та же ситуация с увеличением ошибки первого рода наблюдается и с использованием метода Tukey HSD. Метод Бонферрони работает, если число сравнений невелико, обычно не больше 8. При большем числе сравнений критерий Ньюмана-Кеулса и Тьюки дают более точную оценку вероятности альфа. Критерий Дункана, как и критерий Ньюмена-Кеулса, основан на статистике размаха. Соответственно, если Вы используете в анализе неравные выборки, тогда выбрать можно метод HSD для неравных размеров выборок.

Многофакторный ANOVA

Данный дисперсионный анализ предназначен для изучения влияния нескольких независимых факторов (переменных) на зависимую переменную. Отличительной особенностью многофакторного ANOVA от однофакторного является возможность оценить не только влияние каждой независимой переменной в отдельности, но и взаимодействие факторов – зависимость влияния одних факторов от уровней других факторов.

Таким образом, в результате мы получаем влияние 1-ой независимой переменной, влияние 2-ой независимой переменной, …., взаимовлияние независимых переменных.

При использовании многофакторного анализа порой получаются достаточно интересные результаты, которые невозможно было бы получить с помощью предыдущего дисперсионного анализа.

Ограничениями метода выступают однородность дисперсий и выборки не должны заметно различаться по численности.

Как правильно применять дисперсионный анализ на практике, Вы можете узнать из ВИДЕОКУРСА ПО СТАТИСТИКЕ «СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ».

Тема 15. Дисперсионный анализ (Часть 3)

Глава 3. Методы проверки статистических гипотез. Дисперсионный и регрессионный анализы

ANOVA с повторными измерениями

Данный вид дисперсионного анализа используется, когда разным градациям фактора соответствует одна и та же выборка (зависимые выборки). С другой стороны, эти выборки можно рассматривать как независимые и применить обычный вариант ANOVA, но ANOVA с повторными измерениями имеет преимущество – он позволяет исключить из общей дисперсии данных ту ее часть, которая обусловлена индивидуальными различиями в уровне зависимой переменной, т.е. из остаточной внутригрупповой изменчивости вычитается компонент, обусловленный индивидуальными различиями. Это позволяет данному варианту дисперсионного анализа быть более чувствительным к влиянию изучаемых факторов, за счет уменьшения дисперсии ошибки факторной модели.

Существует два типа моделей ANOVA с повторными измерениями:

1) ***Одномерная модель*** основана на предположении, что каждому уровню внутригруппового фактора соответствует повторное измерение одной и той же зависимой переменной (следовательно, эти изменения положительно коррелируют). Данный одномерный подход основан на применении F-отношений, но имеет ограничения по допущению о сферичности ковариационно-дисперсионной матрицы, т.е. дисперсии зависимой переменной для разных уровней внутригруппового фактора не различаются и корреляции между повторными измерениями есть и они положительны. Данное предположение проверяется с помощью теста сферичности ковариационно-дисперсионной матрицы Моучли. В программе Statistica если Вы не выберете зависимые переменные для проверки внутригрупповых эффектов, то Вам будет недоступна проверка на сферичность с помощью теста Моучли.

2) ***Многомерная модель*** свободна от допущения о коррелированности измерений зависимой переменной (т.е. о сферичности). В этом случае применяется не F-критерий, а многомерные тесты, такие как «След Пиллая» (Pillai's Trace) и «λ-Вилкса» (Wilks' Lambda). При использовании межгрупповых факторов дополнительно проверяется допущение об идентичности ковариационно-дисперсионных матриц, соответствующих разным уровням межгрупповых факторов. Для проверки идентичности используется в данном виде ANOVA используют M-тест Бокса (Box's M-test).

Многомерный ANOVA (MANOVA)

MANOVA применяется для изучения эффектов влияния факторов не на одну, а на несколько переменных (многомерную зависимую переменную). Таким образом, для каждого объекта имеются несколько зависимых переменных, которые подвергаются дисперсионному анализу. Итак, MANOVA позволяет проверить не только гипотезы о влиянии факторов на каждую зависимую переменную в отдельности, но и гипотезу о влиянии факторов на всю совокупность зависимых переменных, как на одну многомерную переменную, или как я ее называю модель.

MANOVA может применяться как альтернатива ANOVA с повторными измерениями в случае, если не выполняется ее основное допущение о сферичности ковариационно-дисперсионной матрицы. Однако следует учитывать, что MANOVA является менее мощной, но более сложной процедурой, особенно для выборок небольшой численности.

Допущения у MANOVA такие же, как и у других видов ANOVA:

1) допущение о нормальном распределении зависимых переменных – не проверяется, так как MANOVA также как и остальные виды ANOVA устойчив к отклонениям от нормального вида;

2) равенство ковариационно-дисперсионных матриц – как и для ANOVA с повторными измерениями используется М-тест Бокса (Box's M-Test).

3) дополнительно для одномерного этапа необходимо выполнение допущения об однородности дисперсий – проверяется с помощью критерия Ливена (Levene's Test).

4) также дополнительно необходимо выполнение допущения о коррелированности зависимых переменных – для этого применяется тест сферичности остатков ковариационной матрицы Бартлета (Bartlett's Test of Sphericity).

Основными показателями MANOVA являются:

- многомерные критерии – след Пиллая, λ-Вилкса, след Хотеллинга и критерий Роя (или наибольший корень Роя);

- одномерные критерии – F-отношения для проверки гипотез о влиянии факторов и их взаимодействий на каждую из зависимых переменных в отдельности.

Тема 16. Регрессионный анализ. Простая линейная регрессия.

Глава 3. Методы проверки статистических гипотез. Дисперсионный и регрессионный анализы

Регрессионный анализ – статистический метод исследования зависимости между зависимой переменной и одной или несколькими независимыми переменными.

Независимые переменные иначе называют *регрессорами* или *предикторами*, а зависимые переменные – *критериальными*.

Существую различные виды регрессионного анализа – одномерная и многомерная, линейная и нелинейная, параметрическая и непараметрическая.

Для проведения *линейного регрессионного анализа* зависимая переменная должна иметь интервальную (или порядковую) шкалу. В то же время, *бинарная логистическая регрессия* выявляет зависимость дихотомической переменной от некой другой переменной, относящейся к любой шкале. Если зависимая переменная является категориальной, но имеет более двух категорий, то здесь подходящим методом будет *мультиномиальная логистическая регрессия*. *Порядковую регрессию* можно использовать, когда зависимые переменные относятся к порядковой шкале. И, конечно же, можно анализировать и нелинейные связи между переменными, которые относятся к интервальной шкале. Для этого предназначен метод *нелинейной регрессии*.

В данном курсе рассмотрим линейные модели простую и множественную регрессию.

Простая линейная регрессия.

Простой регрессионный анализ предназначен для выявления взаимосвязи одной зависимой переменной и одной независимой переменной. Аналогом простой регрессии является однофакторный ANOVA при условии, что независимая переменная будет измерена в номинальной шкале.

Основные требования к простому регрессионному анализу:

- переменные должны быть измерены в шкале интервалов или отношений;

- предположительно нормальное распределение переменных;

- отсутствие линейных взаимосвязей между переменными, когда одна переменная является линейной производной другой переменной; исходя из этого, следует избегать включения в анализ переменных, корреляции между которыми больше 0,8.

- число варьирующих признаков в сравниваемых переменных должно быть одинаковым.

Основными показателями простого регрессионного анализа являются:

β-коэффициенты (Beta) **–** стандартизированные коэффициенты регрессии, знак которых соответствует знаку корреляции независимой и зависимой переменной;

B **–** коэффициенты регрессии;

R **–** коэффициент множественной корреляции;

R^2 **–** коэффициент множественной детерминации (чем он выше, тем больше процентов дисперсии зависимой переменной объясняет данная модель);

F **–** критерий Фишера и его достоверность;

В простом линейном регрессионном анализе квадратный корень из коэффициента детерминации, обозначаемый "R", равен корреляционному коэффициенту Пирсона. При множественном анализе эта величина менее наглядна, нежели сам коэффициент детерминации. Величина "смещенный R-квадрат" всегда меньше, чем несмещенный.

Принципиальный вопрос о том, может ли вообще имеющаяся связь между переменными рассматриваться как линейная, проще и нагляднее всего решать, глядя на соответствующую диаграмму рассеяния. Кроме того, в пользу гипотезы о линейной связи говорит также высокий уровень дисперсии, описываемой уравнением регрессии.

Тема 17. Регрессионный анализ. Множественная линейная регрессия.

Глава 3. Методы проверки статистических гипотез. Дисперсионный и регрессионный анализы

Множественная регрессия состоит в анализе связи между несколькими независимыми переменными (называемыми также регрессорами или предикторами) и зависимой переменной.

Во множественной линейной регрессии предпосылки регрессионного анализа и его проведение полностью совпадают с простой линейной регрессией. Особенностью множественной регрессии является корреляция независимых переменных.

Для множественного анализа с несколькими независимыми переменными не рекомендуется оставлять метод включения всех переменных, установленный по умолчанию. Этот метод соответствует одновременной обработке всех независимых переменных, выбранных для анализа, и поэтому он может рекомендоваться для использования только в случае простого анализа с одной независимой переменной.

Основные требования и показатели множественного регрессионного анализа такие же, как и для простой регрессии. Кратко напомню.

Требования - отсутствие линейных взаимосвязей между переменными, переменные должны быть измерены в шкале интервалов или отношений и предположительно должны иметь нормальное распределение.

Показатели - стандартизированные коэффициенты регрессии, коэффициенты регрессии, коэффициент множественной корреляции, коэффициент множественной детерминации, критерий Фишера и его достоверность.

Желательно отбирать для множественного регрессионного анализа те независимые переменные, которые сильно коррелируют с зависимой переменной, в то же время, они должны слабо коррелировать друг с другом. Если независимых переменных много, то целесообразно перед множественным регрессионным анализом провести факторный анализ (направлен на редукцию данных).

Существует 3 вида методов множественной регрессии. ***Стандартный метод*** **–** учитывает все зависимые переменные. ***Пошаговые методы*** (прямой и обратный) позволяют подобрать наиболее оптимальную комбинацию независимых переменных. Поэтому, на мой взгляд, для множественного анализа следует выбрать один из *пошаговых методов*.

При ***прямом методе*** независимые переменные, которые имеют наибольшие коэффициенты частичной корреляции с зависимой переменной пошагово увязываются в регрессионное уравнение.

При ***обратном методе*** начинают с результата, содержащего все независимые переменные и затем исключают независимые переменные с наименьшими частичными корреляционными коэффициентами, пока соответствующий регрессионный коэффициент не оказывается незначимым.

Необходимо отметить, что разные варианты пошагового метода могут давать разные результаты, поэтому Вы можете применить каждый из них, а потом выбрать более подходящий конечный результат.

Множественный регрессионный анализ может применяться как в исследовательских целях, так и для решения прикладных задач. Обычно множественная регрессия применяется для изучения возможности предсказания некоторого результата по ряду предварительно измеренных характеристик.

Также помимо предсказания и определения степени его точности множественная регрессия позволяет определить и то, какие показатели, или независимые переменные, наиболее существенны и важны для предсказания, а какие переменные можно просто исключить из анализа.

Аналогом множественной регрессии является *многофакторный дисперсионный анализ* в том случае, когда независимые переменные измерены в номинальной шкале.

К тому же, если зависимая переменная измерена в номинальной шкале, то стоит воспользоваться вторым аналогом множественной регрессии – *дискриминантным анализом*. Однако, дискриминантный анализ это не просто аналог множественной регрессии, он выполняет не только функцию поиска предикторов, но еще и позволяет оптимально точно классифицировать объекты на группы, соответствующие разным градациям зависимой переменной, предсказать с какой точностью были разделены объекты исследователем (например, исследователем были выделены группы испытуемых с высокой, средней и низкой ответственностью), а также научить данный метод самостоятельно классифицировать последующие объекты по выявленной модели переменных. Поэтому дискриминантный анализ еще называется классификационный анализ с обучением.

В своем видеокурсе по статистике «ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ» я показываю, как можно научить дискриминантный анализ, чтобы он потом самостоятельно классифицировал ваши данные на основе уже подобранной Вами модели переменных.

Возвратимся к множественной регрессии.

Основными целями множественного линейного регрессионного анализа являются:

1) Определение того, в какой мере зависимая переменная связана с совокупностью независимых переменных и, какова статистическая значимость этой взаимосвязи. Рассматриваемые показатели – коэффициент множественной корреляции и его статистическая значимость по критерию F (Фишера).

2) Определение существенности вклада каждой независимой переменной в оценку зависимой переменной, отсев несущественных для предсказания независимых переменных. Рассматриваемые показатели – регрессионные β-коэффициенты и их статистическая значимость по t-критерию Стьюдента.

3) Анализ точности предсказания и вероятных ошибок оценки зависимой переменной. Рассматриваемые показатели – коэффициент множественной детерминации.

В общественных и естественных науках процедуры множественной регрессии чрезвычайно широко используются в исследованиях. В общем, множественная регрессия позволяет исследователю задать вопрос о том, «что является лучшим предиктором для...». Например, исследователь в области образования мог бы пожелать узнать, какие факторы являются лучшими предикторами успешной учебы в средней школе. А психолога мог быть заинтересовать вопрос, какие индивидуальные качества позволяют лучше предсказать степень социальной адаптации индивида.

На этом наш курс закончен. Надеюсь, получить Ваш отзыв был ли данный курс полезным и интересным, а так же как его можно улучшить и что бы Вы хотели узнать дополнительно.

Желаю Вам успеха в статистике и не только!

Ирина Горбачева
Кандидат психологических наук